فعالية نموذج بيري وكيرين (Pirie and Kieren) للفهم الرياضي في تنمية مستويات عمق المعرفة وتحسين الكفاءة الذاتية الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية منخفضي التحصيل

The effectiveness of Pirie and Kieren's model of mathematical understanding in developing levels of depth of knowledge and improving mathematical self-efficacy among low-achieving middle school students

د. شرين محمد محمد السيد
مدرس المناهج وطرق تدريس الرياضيات
كلية الدراسات العليا للتربية – جامعة القاهرة
Shrein2010@gmail.com

فعالية نموذج بيري وكيرين (Pirie and Kieren) للفهم الرياضي في تنمية مستويات عمق المعرفة وتحسين الكفاءة الذاتية الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية منخفضي التحصيل

المستخلص:

هدف البحث إلى الكشف عن فعالية استخدام نموذج بيري وكيرين (Pirie and Kieren) للفهم الرياضي في تنمية مستويات عمق المعرفة وتحسين الكفاءة الذاتية الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية منخفضي التحصيل. وتكونت مجموعة البحث من (11) تلميذًا وتلميذة من تلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل، وتم إعداد مواد وأدوات البحث المتمثلة في (دليل المعلم، كتيب التلميذ، اختبار عمق المعرفة، مقياس الكفاءة الذاتية الرياضية)، وتم تطبيق أدوات البحث قبليًا على مجموعتي البحث، والتدريس للمجموعة التجريبية باستخدام نموذج بيري وكيرين، والتدريس للمجموعة الضابطة بالطريقة المعتادة وتم تطبيق أدوات البحث بعديًا على تلاميذ مجموعتي البحث، وتم استخدام الأساليب الإحصائية المناسبة لحساب الفروق في متوسطات الدرجات لكل من المجموعتين التجريبية والضابطة، وقد أظهرت نتائج البحث عن وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطَي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية ودرجات تلاميذ المجموعة الضابطة في التطبيق البعدي لاختبار عمق المعرفة ومقياس الكفاءة الذاتية الرياضية لصالح المجموعة التجريبية.

الكلمات المفتاحية: نموذج بيري وكيرين (Pirie and Kieren)، عمق المعرفة، الكفاءة الذاتية الرياضية، منخفضي التحصيل.

The effectiveness of Pirie and Kieren's model of mathematical understanding in developing levels of depth of knowledge and improving mathematical self-efficacy among low-achieving middle school students

Shrein Mohamed Mohamed elsayed
Lecture of Curriculum and methods of teaching mathematics
Faculty of Higher Studies of Education,
Cairo University
Shrein2010@gmail.com

Abstract:

This study aimed to investigate the effectiveness of using the Pirie and Kieren model of mathematical understanding in enhancing levels of depth of knowledge and improving mathematical self-efficacy among low-achieving middle school students. The research sample consisted of (11) low-achieving third-grade middle school students. The research materials and tools included (teacher's guide, student booklet, depth of knowledge test, and a mathematical self-efficacy scale). The research instruments were administered as pre-tests to both the experimental and control groups. The experimental group was taught using the Pirie and Kieren model, while the control group received instruction through the traditional method. After the intervention, the research tools were administered as post-tests to the students in both groups. The study employed appropriate statistical methods to calculate the differences in mean scores between the experimental and control groups. The results revealed statistically significant differences between the mean scores of the experimental group and those of the control group in the post-tests for both the depth of knowledge test and the mathematical self-efficacy scale, with the experimental group showing superior outcomes.

Keywords:(Pirie and Kieren model, depth of knowledge, mathematical self-efficacy, low achievers)

فعالية نموذج بيري وكيرين (Pirie and Kieren) للفهم الرياضي في تنمية مستويات عمق المعرفة وتحسين الكفاءة الذاتية الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية منخفضي التحصيل

مقدمة البحث :

تُعتبر محاولة الوصول إلى مستقبل أفضل غاية مستمرة لا غنى عنها، وأفضل طريقة للتنبؤ بالمستقبل هي اختراعه، والمستقبل يُبنى من خلال التعليم والمدارس والمواد التعليمية؛ لذلك تسعى الإصلاحات والتحسينات التربوية في تعليم مادة الرياضيات لإحداث تغيير إيجابي في فهم المتعلمين لما يدرسونه وتوظيفه في حياتهم.

والرياضيات بطبيعتها مادة تراكمية في بنيتها ومعارفها؛ تتطلب إتقان المعارف السابقة. لكن إذا كانت المعارف السابقة تُعُلِّمَت بمعرفة سطحية، فلن يتمكن المتعلم من الاستفادة منها في تعلم المواقف الجديدة، أما إذا تم تعلم المعرفة بطريقة أكثر عمقًا، فستكون أكثر فائدة وفاعلية في تكوين ارتباطات ومعارف جديدة، بالإضافة إلى بقاء أثر تعلمها فترة زمنية أطول وتطبيقها في مواقف واقعية، أو في سياقات غير مألوفة.

والفرد عندما يكون لديه معرفة معرفة فإن المزيد والمزيد من تعلمه سوف يتراكم باستمرار في اللاوعي، فالمعرفة تولد معرفة، وكلما زاد الفهم زاد البناء المعرفي. (Bennet & Bennet, 2008, 409)[1].

ظهر مصطلح "عمق المعرفة" في أعمال نورمان ويب "Norman Webb" في عام 2002 بسبب الانتقادات التي تعرض لها تصنيف بلوم "Bloom"، حيث ركز الأخير على مجرد وصف المهارات المعرفية، وبالتالي وصف عملية التفكير؛ في حين ركزت مستويات نورمان ويب على تعميق فهم المحتوى ونطاق نشاط التعلم المرتبط بإكمال المهمة من البداية إلى النهاية، كما تناولت المستويات أيضًا متطلبات المناهج الجديدة وأهدافها ومعاييرها وتقييماتها (باسم صبري، 2019، 192؛ مريم موسى، 2020، 468).

إن استخدام مستويات متعمقة من المعرفة الرياضية يساعد التلميذ على فهم الحقائق والنظريات والبراهين وتفسيرها بشكل منطقي، كما يؤدي إلى الفهم العميق والاحتفاظ بالمفاهيم الرياضية، وتنمية القدرة

[1] اتبعت الباحثة نظام توثيق (APA7) (الاسم الأخير، السنة، رقم الصفحة)، مع التعديل في النسخة العربية ل (الاسم الأول والثاني للمؤلف، السنة، رقم الصفحة).

على حل المشكلات والتمييز، والمقارنة، وطرح الأسئلة، ولذلك فإن عملية تنمية عمق المعرفة الرياضية، بما تتطلبه من مهارات التفكير، هي من الأهداف المهمة لتعليم وتعلم الرياضيات، وخاصة في المرحلة الإعدادية (شيماء محمد، 2018، 130).

وهذا يتفق مع ما أوصى به مركز التقييم الوطني الأمريكي للتقدم العلمي في الرياضيات (NAEP) بشأن أهمية تنمية مستويات عمق المعرفة في تعليم الرياضيات وتطوير اختباراتها وفقًا لهذه المستويات. (petit &Hess,2006, 1)

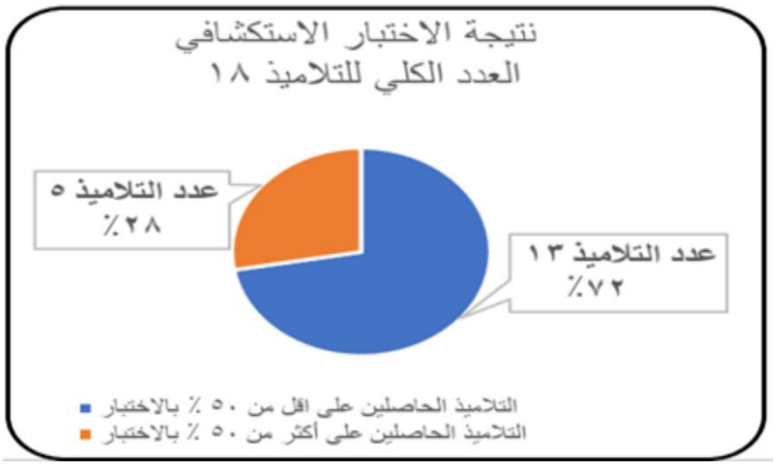
وعلى الرغم من هذه الأهمية، إلا أن المعرفة لا تزال تُقدَّم للتلميذ بطريقة محدودة. ولذلك، عندما يشعر التلميذ بأن المعلومات كثيرة، متداخلة، وغير مترابطة، ويتم تقديمها بطريقة لا تشجعه على التعلم الهادف، ولا تراعي قدراته وإمكاناته، فإن تحصيله ينخفض، مما يؤدي إلى ازدياد فئة منخفضي التحصيل (هشام رمضان وأحمد غانم، 2021، 184).

ولقد أفادت الدراسة الدولية لتوجهات تعليم الرياضيات تيمز (TIMSS 2019) أن العديد من التلاميذ في مصر يفتقرون إلى المعرفة الأساسية العميقة في الرياضيات، حيث لم يتمكن نصف التلاميذ من الوصول إلى المعيار الدولي المنخفض في الرياضيات (رضا مسعد، 2021، 33)، وهذا ما أكدته العديد من الدراسات حول ضعف عمق المعرفة الرياضية، خاصةً لدى تلاميذ المرحلة المتوسطة أو الإعدادية، مثل دراسة شيماء محمد (2018)، ودراسة مريم موسى (2020).

ومع ملاحظة ضعف العمق المعرفي لدى الفئات النظامية (العادية) والاعتراف بوجود فروق فردية داخل الفصل الدراسي، فإن المجموعة ذات التحصيل المنخفض تحتاج إلى مزيد من الاهتمام، لأن مستوى تحصيلها أقل من غيرها.

ولقد تم تسليط الضوء على ذلك من قبل توصيات عدة دراسات حول ضرورة الاهتمام بتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضية في المرحلة الإعدادية مثل، دراسة محمد حسن (2020)، ودراسة أمل محمد (2022).

وفي ضوء ما سبق أتضحت مشكلة القصور في مستوى عمق المعرفة، ولدعم التأكد من وجود المشكلة، أجرت الباحثة اختبار استكشافي ملحق (1) يهدف إلى الكشف عن مستوى عمق المعرفة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية من ذوي التحصيل المنخفض. وكانت نتائج الاختبار على النحو الآتي:



شكل (1) نتيجة الاختبار الاستكشافي

يُوضح الشكل السابق وجود مشكلة حقيقية تتعلق بمستوى عمق المعرفة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية ذوي التحصيل المنخفض، وبناءً على ذلك فإن استخدام نماذج تعليمية حديثة يمكن أن يساهم في تعزيز مستوى عمق المعرفة الرياضية لديهم، ولتحقيق ذلك يُمكن تطبيق نموذج بيري وكيرين كإطار عمل يساعد المعلمين في تعميق الفهم بالسير وفق مراحل معرفية، متدرجة، ومتداخلة.

وبناءً على وجود قصور في مستوى المعرفة الرياضية لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي ذوي التحصيل المنخفض، يمكن اعتبار شعور التلاميذ بهذا الضعف المعرفي موضع شكك في ثقتهم بقدرتهم وإمكاناتهم للنجاح، لذلك يتبنون المفاهيم السلبية عن أنفسهم مما يؤثر في ثقتهم بكفاءتهم الذاتية الرياضية والعكس صحيح.

وهذا ما أكدته العديد من الدراسات التي أفادت بأن المتعلمين ذوي المستويات التعليمية المنخفضة لديهم ضعف في الكفاءة الذاتية، مثل دراسة جيهان تعيب (2016)، دراسة سعود سعيد (2015)، دراسة فوكمان وآخرون (Vukman et all, 2018) بشكل عام، وفي الرياضيات على وجه الخصوص، كدراسة ماجد فرحان (2011)، ودراسة بثينة محمد (2007)، ودراسة موكوكا وآخرون (Mukuka et all, 2021)، ودراسة بامباكا وآخرون (Pampaka et all, 2011).

ويوجد اعتماد كبير لأداء التلاميذ بالرياضيات واهتمامهم بها على مدى إدراكهم لقدراتهم ومهاراتهم، وقدرتهم على استخدامها لحل التحديات الرياضية الجديدة. ولذلك فإن تحسين الكفاءة الذاتية يعتبر أمراً بالغ الأهمية، خاصة في المرحلة الإعدادية (حنان عبد الله، 2018، 224). ولقد ظهر هذا المفهوم على يد ألبرت باندورا عام 1977 (سالي طالب، 2012، 228)، حيث طور باندورا تعريفه في العام نفسه بحسب ما ذكرت

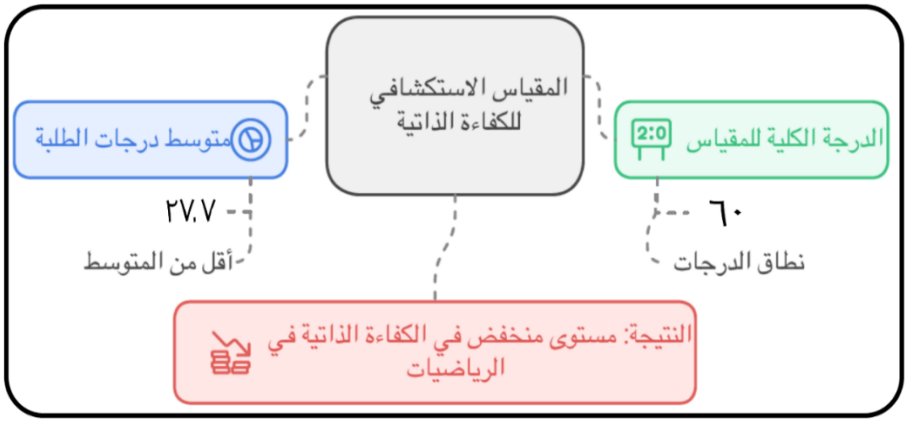
دعاء عوض ونرمين عوني (2013، 197) على أنها توقعات الفرد لأدائه للسلوك في مواقف تتسم بالغموض، وتنعكس هذه التوقعات على اختيار الفرد للأنشـــطة المتضـــمنة في الأداء، ومدى الجهود المبذولة، ومواجهة الصعاب، وإنجاز السلوك.

ونظرية باندورا المعرفية الاجتماعية تشير إلى أن معتقدات الفرد المتعلقة بقدرته على أداء عمل معين تؤثر في كيفية أدائه للعمل (Bandura, 2007, 641). وهذا مؤشر مهم لتحقيق الكفاءة الذاتية الرياضية التي يمكن أن تسهم في تحسين عدة جوانب لدى المتعلمين، مثل الثقة العالية بالنفس، وفهم المحتوى، وتحمل المسؤولية وبذل الجهد العالي، والقدرة على التواصل مع الآخرين (Haciomeroglu, 2019, 553). وأكدت عدة دراسات هذه الأهمية كدراسة إبراهيم التونسي (2019) ودراسة كويونكو وآخرون (Koyuncu et all,2016).

إن توجه الطلبة نحو مادة الرياضـــيات وأدائهم فيها يعتمد بشـــكل كبير على مدى وعيهم بقدراتهم ومهاراتهم، إضـــافةً إلى قدرتهم على توظيف تلك المهارات في حل التحديات الرياضـــية المســـتجدة. من هذا المنطلق، تُعد تنمية الكفاءة الذاتية عنصـــراً أســـاســـياً خلال مرحلة التعليم الإعدادي (حنان عبد الله، 2018، 224)، وبشكل خاص تلاميذ المرحلة الإعدادية ذوي المشكلات في التعلم (إسراء خالد، 2022، 681).

بناءً على هذه الأهمية، تتطلب تعزيز الممارســـات التعليمية بنماذج واســـتراتيجيات مبتكرة تدعم تطوير الكفاءة الذاتية، كما أوصت دراسة مريم عبد العظيم (2022) لتعزيز هذا الكفاءة الذاتية في الرياضيات.

وعلى الرغم من أهمية الكفاءة الذاتية، فقد أكدت عدة دراسات استمرار وجود ضعف في مستواها لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، مثل دراســة ناصــر الســيد(2018) ودراســة علاء المرســي (2018). ويزداد هذا الضــعف بين التلاميذ منخفضــي التحصــيل وهذا ما أكده المقياس الاســتكشــافي ملحق(2) الذي طُبق لقياس الكفاءة الذاتية الرياضــية على عينه من تلاميذ الصــف الثالث الإعدادي منخفضــي التحصــيل، وكانت نتائج الاختبار على النحو الآتي:



شكل (2) *نتيجة المقياس الاستكشافي*

وبناءً على أهمية عمق المعرفة والكفاءة الذاتية، يتجلى دورهما المؤثر في تسهيل استيعاب التلاميذ للمفاهيم والمعارف المختلفة، لذا يجب التركيز على تطوير أساليب تعليمية مبتكرة تعتمد على أساسيات فهم المعرفة وتوفر بيئة نشطة تساهم في مساعدة التلاميذ على اكتشاف مهاراتهم الذاتية، مما يعزز شعورهم بكفاءتهم، كما هو مُقترح في نموذج بيري وكيرينpire and Kerien للفهم الرياضي.

ويري نموذج بيري وكيرين أن عملية فهم الرياضيات هي عملية ديناميكية متعددة المستويات وليست عملية خطية(Pirie& kieren, 1994, 165) .

ويُعبر نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي عن ثماني مستويات عمل محتملة لتوضيح تطور الفهم للفرد، بالنسبة لأي موضوع أو مفهوم رياضي معين تتمثل فيما يلي (Amir et all,2020,244; Peñaloza& Vásquez,2022,29; Mardiana et all, 2017, 36):

1- المعرفة الأولية: هي ما يعرفه التلميذ قبل دراسة المفهوم الجديد، ولا تعني معرفة رياضية ضعيفة، بل هي نقطة البداية لنمو أي فهم رياضي معين.

2-تكوين الصورة: بناءً على معرفة التلميذ السابقة يقوم بأفعال جسدية أو عقلية لتشكيل فهم جديد، وهذه الصور ليست دائمًا تمثيلات تصويرية فقط، بل قد يكون تعبيرًا لغويًا أو حركيًا.

3-امتلاك الصورة: يفهم الطالب المفهوم رياضيًا دون أمثلة ملموسة، ويستبدل الصور السابقة بتمثيل ذهني.

4-ملاحظة الخاصية: يستخدم التلميذ الصور الذهنية التي يمتلكونها لتطوير خصائص المفهوم وتعميمها.

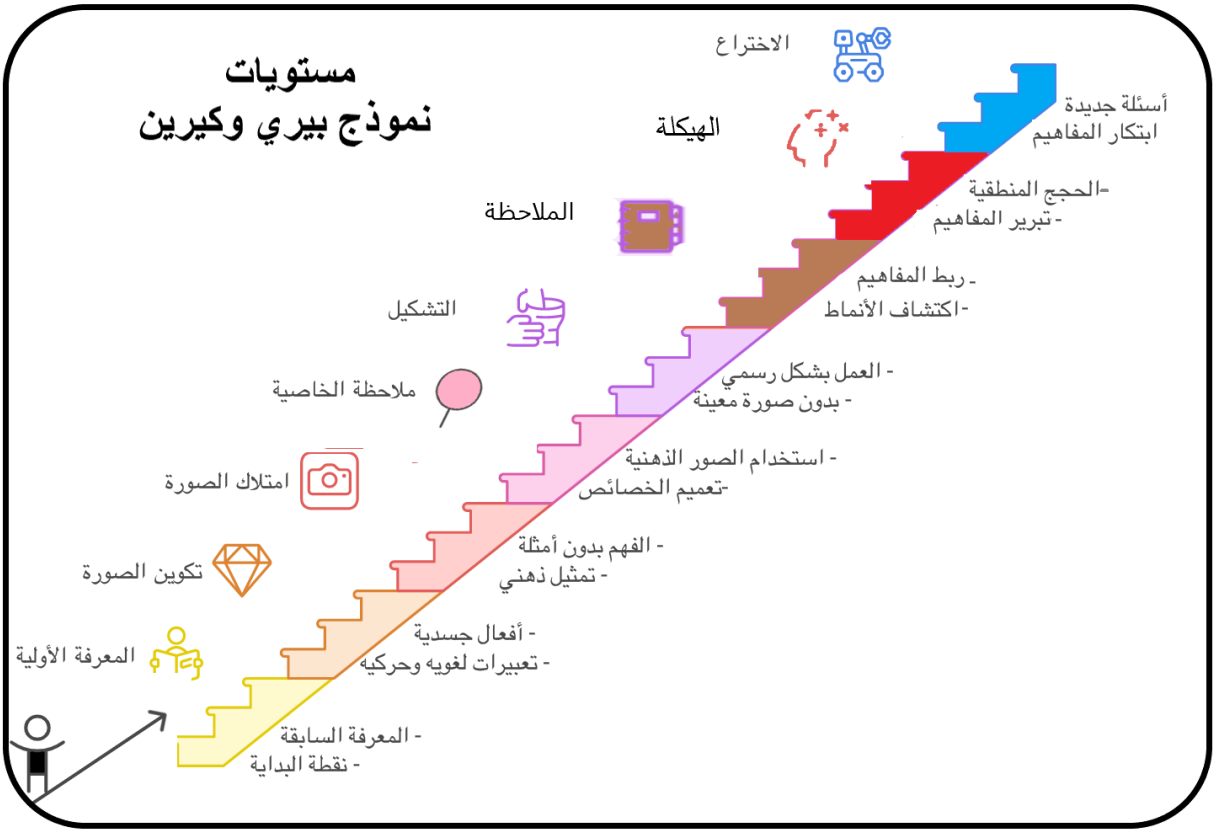
5-التشكيل: يعمل التلميذ مع المفهوم الرياضي كتكوين رسمي دون الاعتماد على صورة معينة.

6-الملاحظة: يستخدم التلميذ لغة رياضية رسميه، ويربط بين المفاهيم الرياضية لاكتشاف الأنماط والقوانين.

7-الهيكلة: يبرر التلميذ المفاهيم ويتحقق منها من خلال حجج منطقية.

8-الاختراع: يتجاوز التلميذ المفهوم ليطرح أسئلة جديدة يمكن أن تتحول إلى مفهوم جديد مختلف.

ويمكن توضيح مستويات النموذج في الشكل الآتي:



شكل (3) مستويات نموذج بيري وكيرين (إعداد الباحثة)

ويُعتبر نموذج بيري وكيرين نموذجًا أساسي في فهم الرياضيات يُقدِّم رؤًى عميقة حول جوهر الفهم والاستيعاب الرياضي (Towers and Martin, 2014,61) وذات دور مهم في تعليم الرياضيات وهو ما أكدته عدة دراسات كدراسة مسعد محمد (2020) في تنمية التفكير الجبري، ودراسة رجاء لطفي (2014) ودراسة ملاتيجي و ماتشابا (Malatjie & Machaba,2019) في تنمية الفهم الهندسي، ودراسة بيترا و سيسواو (Putri, Susiswo, 2020) في تنمية التحصيل الرياضي، وبناءً على اقتراحات المجلس الوطني لمدرسي الرياضيات (NCTM,2000, 20)، يجب على التلاميذ تعلم الرياضيات من خلال الفهم، وبناء معرفة جديدة بنشاط من الخبرة والمعرفة السابقة.

في ضوء ماسبق فقد اهتم البحث الحالي بالكشف عن فعالية نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي في تنمية مستويات عمق المعرفة وتحسين الكفاءة الذاتية الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية منخفضي التحصيل.

مشكلة البحث وأسئلته

تتحدد مشكلة البحث في ضعف مستويات عمق المعرفة والكفاءة الذاتية الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية من ذوي التحصيل المنخفض، ويحاول البحث الحالي معالجة هذه المشكلة عن طريق الإجابة عن السؤال الرئيس التالي: **ما فعالية نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي في تنمية مستويات عمق المعرفة وتحسين الكفاءة الذاتية الرياضية لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل؟**

وتتفرع من السؤال الرئيسي السابق الأسئلة الفرعية التالية:

1) ما التصور المقترح لاستخدام نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي في تنمية مستويات عمق المعرفة وتحسين الكفاءة الذاتية الرياضية لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل؟
2) ما فعالية استخدام نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي في تنمية مستويات عمق المعرفة لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل؟
3) ما فعالية استخدام نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي في تحسين الكفاءة الذاتية الرياضية لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل؟

أهداف البحث

يهدف البحث الحالي إلى:

1) تنمية مستويات عمق المعرفة والكفاءة الذاتية الرياضية لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل.
2) الكشف عن فعالية استخدام نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي في تنمية مستويات عمق المعرفة لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل.
3) الكشف عن فعالية استخدام نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي في تحسين الكفاءة الذاتية الرياضية لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل.

أهمية البحث

تتمثل أهمية البحث في النقاط الآتية:

1) مساعدة التلاميذ منخفضي التحصيل على تنمية مستويات عمق المعرفة في الرياضيات وتحسين كفاءتهم الذاتية من خلال استخدام نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي.
2) تزويد المعلمين بإطار لعمليات فهم التلاميذ في موضوع المعادلات يُمكّن المعلمين من تنظيم أهداف التعلم على هذا الأساس، وتذويدهم بدليل للمعلم لكيفية استخدام النموذج، والإسهام في تطوير الأداء التدريسي لمعلمي الرياضيات، بالإضافة إلى تذويدهم بأدوات تمكنهم من قياس عمق المعرفة والكفاءة الذاتية لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل.
3) تزويد الباحثين ببعض التوصيات والمقترحات لإجراء أبحاث مستقبلية تتعلق بمتغيرات البحث، الاستفادة من المنهج البحثي والأدوات المستخدمة في البحث الحالي.
4) يمكن أن تسهم نتائج الدراسة في توجيه انتباه المسؤولين والمهتمين بتطوير المناهج التعليمية إلى ضرورة توظيف نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي وتضمينه في المناهج الدراسية، والتدريب عليه، مما يعود بالنفع على القائمين بإنشائها في هذا المجال.

حدود البحث:

اقتصر البحث الحالي على الحدود الآتية:

الحدود الموضوعية: اقتصر البحث على مستويات عمق المعرفة والكفاءة الذاتية الرياضية ودراسة المعادلات.

الحدود المكانية: تم التطبيق في مدارس محافظة الشرقية (مدرسة أم رماد، ومدرسة الناصرية).

الحدود الزمنية: تم تطبيق الجانب الميداني للبحث في الفصل الدراسي الثاني (2023-2024).

الحدود البشرية: عينة من تلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل.

منهج البحث

أُستخدم التصميم التجريبي (ذو تصميم المجموعتين: تجريبية وضابطة)، حيث تدرس المجموعة التجريبية باستخدام نموذج بيري وكيرين، والمجموعة الضابطة تدرس بالطريقة الاعتيادية (التقليدية).

مواد وأدوات البحث التعليمية:

قامت الباحثة بإعداد مواد وأدوات البحث التالية:

1) المواد التعليمية للبحث، وتتمثل في: (دليل المعلم للتدريس وفق نموذج بيري وكيرين– أوراق عمل التلميذ وفق نموذج بيري وكيرين)
2) أدوات البحث، وتتمثل في: (اختبار مستويات عمق المعرفة– مقياس الكفاءة الذاتية الرياضية).

مصطلحات البحث

من خلال ما تم عرضه في الإطار النظري تم التوصل للتعريف الإجرائي لمصطلحات البحث كما يلي:

1) نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي Pirie and Kieren

هو يُعد إطارًا تعليميًا يعتمد على مجهود المعلم وتحركاته من حيث التخطيط، والتنظيم، وتنفيذ المادة التعليمية بهدف بناء وحدة المعادلات وفق مستويات متداخلة لمعالجة ضعف الاستيعاب لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل؛ يتم ذلك عبر عملية مستمرة تقدم المعلومات بشكل تدريجي ومتكرر لتحقيق فهم عميق ودائم لحل مسائل المعادلات، وتشمل هذه المستويات: المعرفة الأولية، تكوين الصور، امتلاك الصورة، ملاحظة الخاصية، التشكيل، الملاحظة، الهيكلة، والاختراع، مما يسهم في تطوير الفهم الرياضي بشكل متكامل.

2) عمق المعرفة Depth of knowledge

هو قدرة التلميذ منخفض التحصيل على استخدام مستويات مختلفة من التفكير للتفاعل مع وفهم دروس المعادلات، وتتحدد قدرته على أدائها بدرجات عمق متدرجة تبدأ بقدرته على استرجاع المعلومات وتذكرها، مروراً بتطبيق المفاهيم والمهارات والتفكير الاستراتيجي، وانتهاءً بقدرته على التفكير الممتد، وتُقاس بالدرجة التي يحصل عليها التلميذ في اختبار مستويات عمق المعرفة المعد لهذا الغرض.

3) الكفاءة الذاتية Self-efficacy

هى قدرة التلميذ منخفض التحصيل على إصدار الحكم على قدراته وإمكانياته عند أداء المهام المرتبطة بالمعادلات، مما يجعله يصدر استجابات سلوكية متوافقة مع المهمة ومع الظروف المحيطة بها، وتُقاس هذه القدرة بالدرجة التي يحصل عليها التلميذ في أبعاد الكفاءة الذاتية الأكاديمية والانفعالية والإجتماعية.

4) منخفضي التحصيل Low-achivement

هم التلاميذ الذين يتمتعون بمستوى ذكاء متوسط أو عادي على الأقل، لكنهم منخفضون في التحصيل الدراسي ويحصلون على درجات أقل من نصف درجة الاختبارات الرياضية التحصيلية بالمدرسة.

الإطار النظري

المحور الأول: نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي

أولاً: مفهوم نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي (Pirie and Kieren)

لتحقيق التحسين والإصلاح في المناهج الدراسية، من الضروري التركيز على تعزيز عنصر الفهم في تعليم الرياضيات. الفهم في هذا السياق لا يتعلق فقط بإيجاد الحلول، بل أيضًا بفهم أسباب استخدام استراتيجيات معينة وكيفية تطبيقها في مواقف رياضية متنوعة.

ويمثل نموذجبيري كيرين لنمو الفهم الرياضي نموذجًا راسخًا في تعليم الرياضيات، لأنها تهدف إلى تقديم رؤى أعمق في الفهم الرياضي (Towers& Martin. 2014,58).

يري نموذج بيري وكيرين بأن الفهم الرياضي عملية ديناميكية، مستوية، متكاملة وتقدمية، وليست خطية (Pirie & Kieren, 1994, 43; Akarsu,2022,368).

ويعرف مسعد محمد (2020، 562) النموذج بأنه" عملية تهدف لمعالجة الاستيعاب غير المتوفر لدى المتعلم، بمحاولة المتعلم تجميع وبحث وتقصي المعلومات والبيانات الرياضية التي يحتاجها لحل مسألة معينة أو تعلم موضوع رياضي معين من حيث المدى والعمق."

ويُعرفه بورجين (Borgen, 2006, 18) بأنه" نموذج يصف العملية التي من خلالها يقوم التلميذ باستمرار بإعادة تنظيم المعرفة إلى كلٍ أكثر فائدة، ويوضح نمو فهم أي مفهوم رياضي على أي مستوى، ويوفر لغة لمناقشة هذه المفاهيم المتباينة بشكل ديناميكي وليس هرمي."

كما عرفها كودز وآخرين (Codes, et all, 2013, 652) بأنه"نموذج ذو ثماني مستويات متداخلة له فاعليه في كيفية تنظيم نمو الفهم الرياضي حول موضوع دراسي معين، وهذا النمو ليس خطيًا؛ فكل مستوى

يحتوي على المستويات السابقة، والتي تندمج مع المستويات التالية، وهذه المستويات هي: المعرفة الأولية، وتكوين الصور، وامتلاك الصورة، وملاحظة الخاصية، والتشكيل، والملاحظة، والهيكلة، والاختراع."

ولقد عرفه دروجكوفا وآخرون (Droujkova, et all, 2005, 290) بأنه "إطار مصمم لدراسة الأفكار الرياضية المتغيرة لدى التلاميذ، ويساعدهم النموذج في تخطيط تصرفاتهم عند التعرض لسياقات رياضية مختلفة، والتنقل ذهنيًا ذهابًا وإيابًا بين ثمانية مستويات من أنشطة الفهم. وخلال هذه الأنشطة، يبحث المتعلم ويجمع ويبني الأفكار."

وأضاف ميل (Meel, 2003, 163) بأنه" نموذج يتكون من ثماني طبقات مترابطة توضح قيام شخص معين ببناء موضوع أو مفهوم جديد، وتُشير كل طبقة بتغيير نوعي وفي تطور فهم المتعلم وهي مستويات مختلفة لكل شخص في كل موضوع على حدة."

كما يُعرف بانه " تطبيق أنشطة تعليمية يقوم بها المعلم فيما يتعلق بعمليات التعلم بأكملها، حيث يتم تنفيذ التفكير من قبل المعلم من خلال العمل كباحث لملاحظة النقاط الصعبة والتفصيلية، ويتم تحليل هذه النقاط بطريقة تنتج مسارًا تعليميًا مثاليًا حول الموضوع المطلوب، و يتطلب هذا من المتعلم في كل طبقة من مستويات الفهم قدرته على التعبير عن فهمه كتابياً وشفهيًا، وهذه المستويات هي: المعرفة الأولية، تكوين الصور، امتلاك الصورة، ملاحظة الخصائص، إضفاء الطابع الرسمي، المراقبة، الهيكلة، والاختراع (Habibie,2021,23).

واستنادًا إلى ما سبق يُعتبر فهم الرياضيات وفقًا لنموذج بيري وكيرين عملية مستوية تسير من الطبقة الأولي إلى الطبقات الأخرى. وكل طبقة غبر متطابقة مع الأُخري، ولكنها عملية ليست خطية تسير في اتجاة أحادي، بل تتحرك ذهابًا وإيابًا بين طبقات الفهم، كما أنها عملية ديناميكية متكاملة حيث إعادة تنظيم الهياكل المعرفية للفرد بشكل مستمر ومتكامل.

ومن هنا يمكن تعريف نموذج بيري وكيرين إجرائيًا:

ويُعتبر تعريفه إجرائيًا بأنه يُعد هذا إطارًا تعليميًا يعتمد على مجهود المعلم وتحركاته من حيث التخطيط، والتنظيم، وتنفيذ المادة التعليمية بهدف بناء وحدة المعادلات وفق مستويات متداخلة لمعالجة ضعف الاستيعاب لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل؛ يتم ذلك عبر عملية مستمرة تقدم المعلومات بشكل تدريجي ومتكرر لتحقيق فهم عميق ودائم لحل مسائل المعادلات، وتشمل هذه المستويات: المعرفة الأولية،

تكوين الصور، امتلاك الصورة، ملاحظة الخاصية، التشكيل، الملاحظة، الهيكلة، والاختراع، مما يسهم في تطوير الفهم الرياضي بشكل متكامل.

ثانيًا: طبقات نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي

يتكون النموذج من ثماني طبقات متدرجة، تعتمد كل طبقة على ما قبلها في تسلسل تعليمي منطقي، ومع ذلك قد يتطلب الموقف الرياضي أحيانًا العودة إلى طبقات سابقة لمراجعة المفاهيم أو تخطي بعض الطبقات بناءً على مستوى فهم المتعلم وسيتم توضيح الطبقات كما يلي: (Amir et all., 2020, 244; Borgen, 2006,25; Duzenli-Gokalp& Sharma, 2010,5196; George, 2017,57; Gonzales,2022,2; Pirie and Kieren, 1994, p. 171)

1) المعرفة الأولية Primitive Knowing

هي جوهر النموذج وتمثل المستوى الأعمق فيه، وهي جميع المعلومات التي ينقلها المتعلم إلى الموقف التعليمي باعتبارها نقطة البداية في عملية التوصل إلى فهم أي موضوع. وتقوم بناءًعلى خبرات التعليم السابقة للمتعلم في الصفوف السابقة أو خبرته السابقة في تدريس هذا الموضوع المعين في مستوى الصف هذا.

2) تكوين الصورة Image Making

هي صنع الصورة في النموذج، وهي تطوير للفهم من خلال تطوير صور معينة للموضوع الحالي وإجراء تغييرات على الصور التي تم الاحتفاظ بها مسبقًا. يبدأ التلميذ في البناء على معرفته في الموضوع قيد المناقشة. الصورة هنا ليس فقط صورة ذهنية، بل قد تكون فكرة، أو طريقة حل، أو فعل جسديًا، أو عقليًا، مثل استخدام أشياء مادية، أو أشكال، أو رسوم، أو رموز من أجل تطوير الفهم الأولي للمفهوم.

3) امتلاك الصورة Image Hving

يعد الإنحراط في أعمال تكوين الصور، يستطيع المتعلم استعمال بنائه العقلي حول الموضوع دون الحاجة للقيام بالإجراءات أوالأنشطة أو الأمثلة الجسدية الخاصة التي أوصلت أو أدت إلى ظهور الصورة.

4) ملاحظة الخاصية Property Noticing

هي فحص جوانب الصور أو معالجتها أو دمجها لإنشاء خصائص جديدة ذات صلة محددة بالموضوع. كما يتضن ذلك ملاحظة الفروق أو المجموعات أو الروابط بين الصور، والتنبؤ بكيفية تحقيق الصور، والتعبير عن مثل هذه العلاقات وتسجيلها.

5) التشكيل formalizing

التعبير عن العموميات المرتبطة بمفهوم رياضي دون إشارة محددة إلى مثال أو إجراء أو صورة معينة. وتأخذ شكل التعميمات والأنماط المرصودة والأساليب الرياضية الرسمية والتعاريف أو الخوارزميات.

6) الملاحظة Observing

جهد الفرد الواعي لتعزيز فهمه؛ حيث يبحث بنشاط عن نمط أو علاقة فيما بينها، ويبحث عن القواسم المشتركة لرؤية "الصورة الكبيرة". يريد الفرد العمل في الرياضيات بنفسه لمعرفة الأنماط الموجودة والعلاقات بين الموضوعات.

7) الهيكلة Structiong

عندما يحاول المتعلم التفكير بملاحظته الرسمية كنظرية؛ فينتقل التلميذ من الحديث عن الموضوع بأشياء محسوسة أو بأشكال إلى الحديث باستخدام بنيات رياضية وقواعد ونظريات.

8) الاختراع Inventing

يصبح المتعلم أكثر ثقة بالمفاهيم ويكون قادرًا على التحقق من أو تبرير عملية أو دليل، ويمكنه رؤية نمط وصياغة تفسير شامل أو تجريد لهذه الملاحظات.

من خلال العرض السابق، نلاحظ أنه نموذج مدمج وموضح بثماني حلقات، تمثل كل حلقة من هذه الحلقات مستويات مختلفة من الفهم يمكن لأي شخص تحقيقها في أي موضوع. وتنتقل هذه المستويات من المعرفة السابقة للشخص إلى قدراته الابتكارية، ومن المستوى الأعمق إلى المستوى الخارجي. الفهم ليس خطيًا أو هرميًا، بل يسير في دوائر مدمجة وغير محدودة في هذا النموذج، قد يسير من الطبقة الأولي إلى الثانية إلى الثالثة ثم يعود للطبقة الأولى حسب فهم كل تلميذ لكل مفهوم على حدة. بالإضافة إلى ذلك، فإنه متكرر ومتشابه ذاتياً مع بعضه البعض.

ثالثًا: سمات نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي

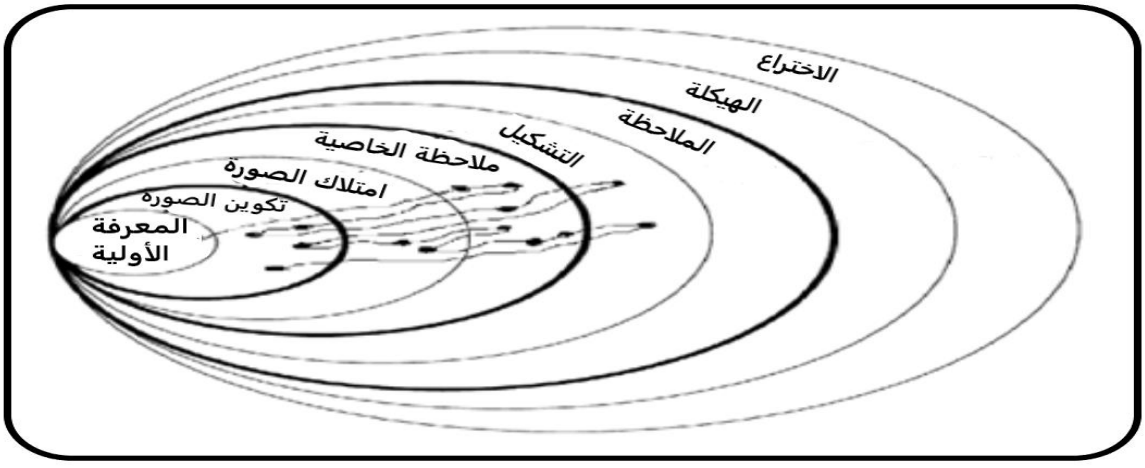
تتشابك سمات نموذج بيري وكيرين، لكنها منفصلة، وهم أربع سمات توضح طبيعته الديناميكية

1) الطي العكسي" الرجوع إلى الخلف" Floding back

وهو يعكس الطبيعة غير الأُحادية لفهم الرياضيات، فعندما يواجه التلميذ مشكلة لا يمكنه حلها بفهمه وبنيته الحالية، فقد يحتاج إلى العودة إلى مستوى من الفهم أقل تقدمًا لتوسيع الفهم الحالي غير الكافي وغير الكامل من خلال إعادة بناء الفهم السابق للمفهوم وإعادة تنظيمه وانشاء صورة جديدة تساعده على بناء فهمه الرياضي. (مريم موسى، 2019، 549؛ gulkilik et all,2020,6).

وبتنفيذ عملية الطي يُصبح لدى التلميذ فهم أفضل وأقوي في حالة العودة إلى المستوي الداخلي فهو جزء من إعادة البناء المكرر للمعرفة لبناء أوسع للمستوي الخارجي المتقدم، وهي تحدث مرارًا وتكرارًا. وقد يكون لدى التلميذ الفهم المناسب في المستوي فلا يحتاج للرجوع للمستويات الداخلية (رجاء لطفي 2014، 14؛ gulkilik et all,2020,6)

وتختلف هذه التنقلات ذهابًا وإيابًا بين المستويات على حسب فهم كل تلميذ في كل مستوي وحسب كل مفهوم جديد. وعملية الطي العكسي يتم تحفيزها من خلال طلب المعلم أو الزملاء أو من التلميذ نفسه. (Sengul&Argat, 2015, 1269)، وبالتالي فهنا عملية الطي للخلف هي العملية الديناميكية والمتكررة لنمو الفهم، ويوضح الشكل التالي مثالًا لإحدى التنقلات بين المستويات المختلفة لتلميذ من مستوى لآخر.



شكل 4 *نموذج لإحدى التنقلات بين المستويات المختلفة لتلميذ من مستوى لآخر*

2) لا تحتاج إلى حدود Don't Need Boundaries

يقصد أنه يوجد قفزات تعليمية في تعلم الرياضيات؛ حيث تتضمن الطبقات السابقةداخل الطبقة الجديدة ويمكن الرجوع إليهاعند الحاجة، ولكن الفرد الذي يعمل في المستوى الجديد لا يحتاج إلى الرجوع إليها باستمرار إلا عند مواجهة مشكلة لا توفر فيها الممارسات الحالية حلاً، كما يمكن أن ينتقل التلميذ عند تعلمه لموضوع معين من مستوى فهم إلى مستوي لا يليه مباشرة، إذ يتطلب ذلك منه المرور في ذلك المستوي الذي تعداه (رجاء لطفي، 2014، 14؛ Borgen, 2006,48).

وبالتالي فلا يوجد حدود أو قيود في ترتيب الذهاب للطبقات الداخلية أو عند الرجوع للطبقات الخارجية، فقد لا يوجد حدود بين الطبقة الثانية والثالثة؛ فقد يكون عند امتلاك التلميذ للصورة لايحتاج لتكوين الصورة محسوسياً، أو تتلاشي الحدود بين الطبقة الرابعة والخامسة؛ فوصول التلميذ للطابع والشكل الرسمي للمفهوم لا يحتاج لاسترجاع ملاحظات الصورة، كذلك الطبقة السادسة والسابعة؛ فالتلميذ الذي لديه تركيبات رياضية ونظريات فلم يعد بحاجة للبحث عن العلاقات الرياضية لفهم موضوع ما.

3) التدخلات Interventions

هي خاصية مميزة، فتعتبر التدخلات بمثابة إجراءات محفزة "لداخل أو لخارج طبقات الفهم" تقود التلميذ إلى مراجعة فهمه الحالي. قد يكون التدخل من المعلم أو من الزملاء أو المتعلم ذاته (Gülkılıka, 2015, 1533).

يصنف بيري–كيرين التدخل إلى *استفزازي، وتحريضي، وتحققي*. يشجع التدخل الاستفزازي التلميذ على النظر في طبقة خارجية أعلى من طبقة فهمه الحالية. يدفع التدخل التحريضي التلميذ إلى ملاحظة أنه يتعين عليه القيام بالطي للخلف أو الانتقال إلى الطبقة الداخلية الأقل فهماً. بينما التدخل التحققي يجعلهم يتحققون من صحة فهمهم الحالي.(Mardiana et all, 2017, 37)

4) التكاملات Complementarities

داخل كل طبقة من طبقات نموذج بيري–كيرين لنمو الفهم الرياضي، يوجد نشاطان رياضيان، يشار إلى هذه الأنشطة باسم التكاملات، وتتكون من (إجراء *رياضي* مناسب Acting ، *وتعبير رياضي* مناسب Expression)، حيث يقوم التلميذ بالتصرف ثم التعبير. **والإجراء** هو ما يفعله التلميذ على مستوى الفهم مثل صنع الصورة، قد يكون الإجراء جسدياً او عقلياً حسب نضج فهم التلميذ، ولكن **التعبير** هو الذي يعكس ويبرر ويُفسر هذا الإجراء، وهو الذي يسمح للتلميذ بإعادة النظر وتعزيز الفهم حتى يتمكن من التقدم إلى الطبقة التالية

من الفهم. والتعبير قد يكون لفظياً ليسهل التجريد أو يوفر الفرصة للتلميذ لإدراك الحاجة إلى التراجع وتصحيح أو توسيع فهمه. (محمد أحمد، 2017، 316؛Borgen, 2006,50)

يبدو من السمات المقدمة لنموذج بيري وكيرين أنه يتعامل مع فهم الرياضيات بطريقة ديناميكية ومنفصلة، مما يسمح للتلاميذ بالتطور والتحسين المستمر في فهمهم؛ حيث يشير الطي العكسي إلى العملية المتكررة للتلاميذ في العودة إلى مستويات فهم سابقة لتوسيع وتعميق فهمهم الحالي، كما يبدو أن هذه العملية تُشجع بشكل فعّال من خلال التفاعل مع المعلم والزملاء.

كما أن فكرة عدم وجود حدود تبدو مهمة، حيث يمكن للتلاميذ الانتقال بحرية بين المستويات دون قيود، أو دمج أو تقليص مستويات، مما يعزز المرونة في عملية التعلم. والتدخلات تبرز كأداة مهمة لتحفيز التلاميذ ودفعهم لتحسين فهمهم. بالإضافة أن التكاملات توضح أهمية التوازن بين الإجراءات العملية والتعبير عن الفهم، مما يساعد في تحقيق فهم شامل وعميق للموضوعات الرياضية.

رابعاً: دور المعلم في نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي

إن من سمات ومميزات نموذج بيري وكيرين أنه يسمح بالتدخلات لتعديل وتحسين مسار فهم التلميذ للرياضيات، ومن أهم من يقدم هذه التدخلات هو المعلم، ولقد أشير لعدد من التدخلات الفعالة ومنها: (borgen, 2006, 57; Towers, 1998,138; Yao& Manouchehri, 2020, 8)

- التحقق: يحدد المعلم ما إذا كان التلاميذ منتبهين أو يؤكد فهمهم.
- العرض والإخبار: يقدم المعلم المواد، وغالبًا ما يقدم مواد جديدة ولا يتحقق من الفهم.
- القيادة: يقوم المعلم بتوجيه التلاميذ، من خلال سلسلة من الأسئلة الموجهة، نحو إجابة أو إجراء محدد.
- التعزيز: يكرر المعلم بغرض تأكيد عبارات المفهوم.
- دعوة: يقدم المعلم أسئلة مفتوحة تشجع على التفسيرات البديلة.
- إعطاء الأدلة: يقوم المعلم بتوجيه التلميذ عمداً إلى خط تفكير.
- الإدارة: يقوم المعلم بمهام إدارية أو سلوكية.

- التثقيف: من خلال الإشارة إلى المجتمع الرياضي الأكبر، يُعرّف المعلم التلميذ على الرموز واللغة التقليدية.
- الحظر: يمنع المعلم التلميذ من اتباع مسار معين.
- النمذجة: يقوم المعلم بنمذجة عملية أو نمط تفكير بشكل واضح.
- الثناء: يثني المعلم على فرد أو على الفصل ككل.
- الرعاية: يقوم المعلم بدفع التلميذ أو إقناعه بمهارة على مسار معين.
- سحب البساط: يقوم المعلم عمداً بزعزعة استقرار تفكير التلميذ.
- الانسحاب: يتعمد المعلم الانسحاب، ويترك التلميذ يفكر في عمله.
- التوقع: من خلال توقع تفكير التلميذ، يحاول المعلم بنشاط إزالة العقبات قبل مواجهتها.

يُعد نموذج بيري وكيرين أداة فعالة في دعم التلاميذ منخفضي التحصيل في فهم الرياضيات، حيث يسمح للمعلم تنفيذ تدخلات مخصصة لتحسين تعلمهم من خلال استراتيجيات مثل التحقق، إرشاد لطرق التفكير، توجيه الأسئلة، والتعزيز، تمكن المعلم من معالجة نقاط ضعف التلاميذ وتقديم الدعم اللازم لهم كما تساعد هذه التدخلات في بناء الثقة والكفاءة وتعزيز الفهم العميق، مما يسهم في تحسين مستويات التحصيل الدراسي لدى هؤلاء التلاميذ.

خامسًا: الأساس الفلسفي لنموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي

النظرية البنائية

قام بيري وكيرين بالبناء على النظرية البنائية من خلال اعتقاد مشترك بأن التعلم هو عملية ديناميكية وتبنى كل معلومة على ما قبلها، ووسع بيري وكيرين النظرة البنائية للفهم لدمج المنظور التشريعي، حيث يكون الفهم فرديًا، ولكنه يتأثر بالعمليات الخارجية.(Borgen, 2006.19)

تؤكد النظرية البنائية على أن المتعلمين يبنون فهمهم بشكل فعال من خلال دمج المعلومات الجديدة مع هياكلهم المعرفية الحالية. يتماشى هذا مع الفكرة الواردة في نموذج بيري وكيرين والتي مفادها أن التلاميذ يتقدمون عبر مراحل الفهم أثناء تفاعلهم بنشاط مع المفاهيم والمشكلات الرياضية.

نظرية المخطط Schema theory

نظرية المخطط هي فرع من العلوم المعرفية المعنية بكيفية بناء الدماغ للمعرفة. المخطط هو وحدة منظمة من المعرفة لموضوع أو حدث. وهو يعتمد على الخبرة السابقة ويتم الوصول إليه لتوجيه الفهم أو الإجراء الحالي، كما أنه وبعبارة أخرى، فهو تمثيل عقلي يشكله الشخص لتنظيم (وبالتالي إدراك) معلومات حول مفهوم معين، أو تجربة، أو كلمة معينة.(Surour,2022,24)

ترتبط نظرية المخطط جنبًا إلى جنب مع نموذج بيري وكيرين، فتقترح نظرية المخطط أن يستخدم التلاميذ معرفتهم وخبراتهم السابقة (كمخططات) لفهم النص، ووفقًا لهذه النظرية، يقوم التلاميذ ببناء المعنى بشكل فعال من خلال دمج المعلومات الجديدة مع الهياكل المعرفية الموجودة لديهم.

سادسًا: ملائمة نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي لتنمية عمق المعرفة لتلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل

يرتبط نموذج بيري وكيرين بالفهم الرياضي باعتبار أن الوصول لتعلم المفاهيم والتعيميمات والحقائق والمهارات يحتاج بالضرورة للفهم، كي تثبت المعلومة بعمق مع إمكانية تطبيقها تجريديًا ورمزيًا أو عمليًا حياتيًا، فيشير جوبال(Gopal,2021,21) إلى أن الفهم إما فهم آلي (حفظ عن ظهر قلب)، أو فهم عقلاني (المعرفة المفاهيمية العقلانية)– الذي يهتم بها نموذج بيري وكيرين– والذي بدوره يسهم في عمق المعرفة.

ولقد توصلت دراسة يوكانت (Yuqian, 2019, 299) إلى وجود علاقة إيجابية بين الفهم الرياضي– نموذج بيري وكيرين– وتنمية عمق الرياضيات، وهذا يتفق مع رأي أكارسو (Akarsu,2022,372) الذي يرى أن ميزة الطي العكسي المُتضمنة في نموذج بيري وكيرين تنطوي بداخلها على عمق المعرفة الرياضية.

يتطلب التلميذ منخفض التحصيل، بطبيعته، دعماً مستمراً من المعلم أو من الأقران، مما يعكس ميزة "التدخلات" التي يُبرزها نموذج بيري وكيرين، بالإضافة إلى ذلك هم يحتاجون إلى استرجاع المعلومات لتعزيز عملية التعلم، وهو ما يوفره مفهوم "الطي العكسي" في النموذج، هذا التوجه يسهم في تعزيز عمق المعرفة، حيث يسمح بتكرار المعلومات وتعزيز الفهم لدى التلاميذ، مما يساهم في تحسين أدائهم الأكاديمي.

المحور الثاني: عمق المعرفة الرياضية

تتكون المعرفة الرياضية من حقائق ومفاهيم ومهارات تُقدم للتلاميذ بشكل مفكك ومنفصل وغير مترابط، مما أدى إلى ضعف المعرفة الضمنية في العقل، وبالتالي استبعادها عند مواجهة مواقف جديدة، وظهر مفهوم عمق المعرفة كمحاولة وحلاً لهذا التفكك والضعف.

أولاً: تعريف عمق المعرفة:

عُرفت عمق المعرفة بأنها " تنظيم المعارف والمهارات وفقاً لدرجة عمقها وقوتها في أربعة مستويات تبدأ بأقلها عمقاً وتنتهي بأكثرها عمقاً وتشمل الاستدعاء، المعارف والمهارات، والتفكير الاستراتيجي، والتفكير الممتد" (مريم موسى، 2020، 456).

كما تُعرف بأنها "إطار تنظيمي للمعرفة، والمهارات الرياضية التي يجب أن يمتلكها التلميذ، ويتدرج في أربعة مستويات متزايدة العمق والقوة، تبدأ بالقدرة على استدعاء الحقائق والمصطلحات، والإجراءات البسيطة، ثم القدرة على تطبيق المفاهيم، والمهارات الرياضية، والقدرة على استخدام عمليات التفكير العليا في حل المشكلات الواقعية" (سحر ماهر، وإكرامي محمد، 2022، 209).

وتُعرف أيضاً بأنها مستويات معرفية عقلية متدرجة تعتمد على درجة تعقد العمليات المستخدمة من (الاستدعاء، المهارة/ المفهوم، التفكير الاستراتيجي، والتفكير الممتد) والتي يتم وضعها لقياس حجم مستوى العمق المعرفي لدى التلميذ، ويتحدد كل مستوى بمجموعة من الأهداف المرتبطة بمعرفة ما (محمد ناصر، 2022، 423).

كما يُعرَّف بانه مستويات التفكير التي يجب إتقانها لمعالجة المعرفة وتحتوي على أربعة مستويات: الاسترجاع، والمفاهيم والمهارات، والتفكير الاستراتيجي، والتفكير الممتد (الموسع) (Holmes, 2011, 18).

ويؤكد ويب (webb,2006,88) أن العمق المعرفي هو درجة بساطة أو تركيب المعرفة التي يتطلبها السؤال، ويهتم بالعمليات العقلية التي يقوم بها المتعلم قبل إجابة السؤال، فهو لا ينصب اهتمامه على الفعل وإنما على السياق الذي يتم فيه استخدام الفعل في السؤال، وبالعمليات العقلية التي يتم ممارستها للوصول إلى إجابة سؤال معين. ولقد حدد ويب (Webb) عمق المعرفة بأربعة مستويات وهم كالتالي (Jackson, 2010, :32; webb,2002,3)

1. **التذكر والإستدعاء:** ويتمثل في تذكر مفهوم، أو حقيقة، أو مبدأ، أو تعميم، أو نظرية.
2. **تطبيق المفاهيم والمهارات:** ويتمثل في استخدام المعلومات في حل المشكلات الروتينية.
3. **التفكير الإستراتيجي:** ويتمثل في وضع خطة محكمة لحل مشكلات غير روتينية، وتوظيف بعض القرارات بشكل مدروس.

4. **التفكير الممتد:** ويتمثل في إجراءالاستقصاءات، وتطبيق المهارات على العالم الحقيقي.

كما تُعرف على أنها مجموعة من القدرات المترابطة التي تُنمي وتُعمق عن طريق الأسئلة والمشكلات الرياضيه والاستقصاء الناشئ عن التفاعل والمناقشة واستخدام الأفكار الجديدة" (Baer, 2016,69).

ويعرف هيس (Hess et all,2009,4) بأن عمق المعرفة هو "نموذج يقيس عمق الفهم والمعرفة عند تعليم وتعلم الرياضيات من بداية الدرس إلى نهايته، ويطلب من التلاميذ المشاركة في التخطيط والبحث واستخلاص النتائج حول ما يتعلمونه".

كما عُرفت على أنها أربعة مستويات مُعقدة من الاستدعاء، والمفاهيم/ المهارات، والتفكير الاستراتيجي، والتفكير الممتد لتحديد ما يجب أن يعرفه التلميذ أو ما يجب أن يكون قادر على القيام به بدرجة معينة" (Viator,2010,14&Webb et all,2007,18).

نستخلص مما ورد أن يبدأون التلاميذ عادةً بالتعرف على المفاهيم والمعلومات الأساسية، ويحفظون القوانين والصيغ البسيطة. ومن ثم، يبدأون في تطبيق هذه المفاهيم والقوانين في حل مشكلات بسيطة. مع مرور الوقت والتدريب المستمر، يتطور تفاعلهم وفهمهم للمواد الرياضية، يبدأون في التفكير الاستراتيجي، حيث يتعلمون كيفية وصف حلول معينة وتقديم مبررات لأسلوب حلهم.

وهذا يشمل فهم السبب وراء الخطوات التي يتبعونها للوصول إلى الحلول على مرحلة لاحقة، يصبح لديهم القدرة على ربط المفاهيم الرياضية بالواقع الحياتي ومجالات الرياضيات الأخرى، هذا ما يُعرف بالتفكير الممتد، حيث يمكنهم استخدام المعرفة والمهارات التي اكتسبوها في حل مشكلات وتحديات حقيقية في حياتهم اليومية وفي مجالات تعليمية أخرى، وبشكل عام هذا النمط يمثل تطوراً طبيعياً في مستوى تفاعل وفهم التلاميذ مع المعرفة الرياضية، ويمثل هدفاً مهماً لعملية التعليم والتعلم في مجال الرياضيات.

يتضح مما سبق اختلاف وجهات النظر في تحديد عمق المعرفة الرياضية، حيث:

- ✓ يُنظر إليها البعض على أنها مستويات للتفكير يجب على التلميذ إتقانها لتعمق فهمه لمعارف المادة.
- ✓ كما يُنظر إليها على أنها معايير يجب مراعاتها عند بناء المناهج.
- ✓ وتُعتبر محددات تُقاس قدرات التلاميذ في ضوئها.
- ✓ تُستخدم كأداة لزيادة التحصيل وبقاء أثر التعلم لدى التلاميذ.
- ✓ يُركز على درجة ومستوى التفكير في موقف ما، وليس التركيز على القيام بفعل سلوكي محدد.
- ✓ وتُرى بأنها مستويات عقلية تحتاج لإدراك عمقها.

ومن العرض السابق لتلك التعريفات استطاعت الباحثة صياغة تعريف إجرائي لعمق المعرفة الرياضية ويمكن تعريفه إجرائياً بأنه هو قدرة التلميذ منخفض التحصيل على استخدام مستويات مختلفة من التفكير للتفاعل مع وفهم دروس المعادلات، وتتحدد قدرته على أدائها بدرجات عمق متدرجة تبدأ بقدرته على استرجاع المعلومات وتذكرها، مروراً بتطبيق المفاهيم والمهارات والتفكير الاستراتيجي، وانتهاءً بقدرته على التفكير الممتد، وتُقاس بالدرجة التي يحصل عليها التلميذ في اختبار مستويات عمق المعرفة المعد لهذا الغرض.

ثانيًا: مستويات عمق المعرفة الرياضية

يستند التعمق في المعرفة الرياضية على سلم تدريجي ومستويات، يبدأ كل مستوى من حيث انتهي المستوى السابق له ويُمهّد لما يليه؛ لتسير المعرفة بشكل متصل ومتناغم فتُقلل من الجهد المعرفي على العقل، ومن ثم التوصل للفهم العميق للمعرفة.

حيث إن معرفة مستويات عمق المعرفة ليست مرتبطة فقط بالمحتوى، ولكن بمستويات جوانب التعلم المعرفية التي يتطلبها كل مستوى بطريقة متدرجة (عصام محمد، 2022، 21؛ Kim,2020,2).

ولقد حدد ويب أربعة مستويات لعمق المعرفة للمواءمة بين المعايير والمحتوى والتقييم، وهم كالتالي (أمل محمد، 2022، 56؛ Webb,2006,3، Webb, 2002,6)

- **المستوى الأول: التذكر والاستدعاء**

يتطلب هذا المستوى المهمات الأساسية مثل تذكر المفاهيم، أو الحقائق، أو المبادئ، أو الإجراءات، وينطوي على استخدام الحقائق والإجراءات والصيغ البسيطة واسترجاعها، فيقوم بالإجراءات بسهولة وعن ظهر قلب.

كلمات مفتاحية داله على المستوى الأول: تحديد، واستدعاء، والتعرف، واستخدام، وقياس.

أسئلة دالة على المستوى الأول: ما هي صيغة...؟، اختر...؟، حدد...؟، أذكر...؟

بعض الأنشطة والمهام الرياضية التي يمكن توظيفها في المستوى الأول (مريم موسى، 2020، 469، petit &Hess,2006, 2)

1) تقديم تعريف واضح لمفهوم رياضي.
2) تنفيذ خوارزمية بسيطة.
3) حل مسألة رياضية من خطوة أو خطوتين فقط.
4) حل مشكلة روتينية تتطلب تطبيق مفاهيم متعددة أو خطوات متعددة.
5) قياس الاطوال واستخدام بعض المعادلات البسيطة.

- **المستوى الثاني: تطبيق المفاهيم والمهارات** (أمل محمد، 2022، 57؛ Hess, 2010, 2)

وهو أعمق من المستوى السابق، حيث يتطلب تطبيق المفاهيم والمهارات المتعلقة بموضوع التعليم، والمقارنة وإيجاد الفروق بين المفاهيم والأحداث، وصياغة المعلومات في صور مختلفة، وفرز وتصنيف الحقائق، ووصف العلاقات بين الأسباب خروجاً بالنتائج، وشرح خطوات المهمة، وتصنيف مجموعة إجراءات، والتنبؤ من خلال الملاحظات والأداء وفق معيار محدد، وما يتضمنه ذلك من تجميع وتنظيم المعلومات.

كلمات مفتاحية داله على المستوى الثاني: تصنيف، وتنظيم، وإجراء الملاحظات، وجمع ومقارنة بيانات، وتفسير.

أسئلة دالة على المستوى الثاني: قم بتصنيف...؟، ما هو مثال على...؟، كيف تتشابه... / تختلف؟، كيف يمكن تطبيق...؟، قارن...، اشرح لماذا / كيف...، كيف تُقدر...؟

بعض الأنشطة والمهام الرياضية التي يمكن توظيفها في المستوى الثاني (مريم موسى، 2020، 470، petit &Hess,2006, 2)

1) شرح سلسلة من الخطوات المستخدمة لحل مسألة رياضية.
2) حل مهام حسابية معقدة تشمل اتخاذ قرار.
3) استخلاص نتائج من ملاحظات.
4) تنظيم مجموعة من البيانات في صور مختلفة كالجداول أو الرسومات البيانية، أشكال فن.
5) تقديم مبررات لخطوات عملية الحل.
6) انشاء نماذج لبيان العلاقات بين المفاهيم الرياضية أو تمثيل مشكلة رياضية.
7) شرح مفهوم أو تعميم رياضي مع تقديم أمثلة.
8) الاستشهاد بالأدلة وتقديم حجج منطقية للمفاهيم.

- **المستوى الثالث: التفكير الاستراتيجي** أمل محمد، 2022، 58؛ Hess, 2010, 2)

يتطلب هذا المستوي استخدام عمليات التفكير بشكل موسع عن المستويين السابقين، وتنفيذ الأنشطة العقلية المركبة والمعقدة، وحل المشكلات من خلال الاستقصاء، وتحليل وتقييم وجهات النظر المختلفة، وشرح تفكيرهم.

كلمات مفتاحية دالة على المستوى الثالث: استخلاص النتائج، واستشهد بالأدلة، وتطوير حجة.

أسئلة دالة على المستوى الثالث: توقع ما سيحدث إذا....؟، قم بتقييم...؟، ما هي الاستنتاجات التي يمكنك استخلاصها ..؟ قم بتصميم رسم معلوماتي...؟

بعض الأنشطة والمهام الرياضية التي يمكن توظيفها في المستوى الثالث:

1) حل مسألة متعددة الخطوات مع طرح دليل رياضي داعم يوضح الحل.

2) تطوير نموذج رياضي لحل مشكلة معقدة.
3) انشاء رسومات بيانية معقدة.
4) حل مسائل معقدة غير روتينية تقوم على مفاهيم وعمليات متعددة.
5) تحليل أوجه التشابة والاختلاف بين الإجراءات.
6) استخلاص النتائج من الملاحظات أو البيانات، مستشهدا بالأدلة.

- **المستوى الرابع: التفكير الممتد(الموسع):**

يتطلب تفكيراً وتخطيطاً وتطويراً معقداً على الأرجح على مدى فترة زمنية طويلة، ويتوقع من التلاميذ ربط الأفكار بمجالات المحتوى الآخر، والاختيار من مجموعة من البدائل لكيفية حل المشكلة الرياضية في العالم الحقيقي.

كلمات مفتاحية داله على المستوى الرابع: إجراء ارتباطات، وربط الأفكار، وحدد الأساليب.

أسئلة دالة على المستوى الرابع: ما الحلول التي تقترحها...؟، أوجد من بيئتك...؟، قم بإنشاء ...التي ....؟، كيف يمكنك إثبات / دحض ...؟، دعم فكرتك حول ...؟

بعض الأنشطة والمهام الرياضية التي يمكن توظيفها في المستوى الرابع(أمل محمد، 2022، 56؛ petit &Hess,2006, 1)

1) تطبيق المفاهيم الرياضية في أكثر من مجال.
2) صياغة فروض واختبارها.
3) تصميم نموذج رياضي لحل موقف عملي أو مجرد.
4) ربط المفاهيم الرياضية بتطبيقات العالم الحقيقي في مواقف جديدة.
5) اختيار طريقة واحدة من بين مجموعة من الطرق لحل مشكلة رياضية، مع تقديم المبرر لذلك.

يُلاحظ فيما سبق أن مستويات عمق المعرفة يمكن أن تدخل في عملية التدريس من حيث تحديد أساليب التدريس المناسبة لكل مستوى، كما تتدخل في عملية التعلم من خلال تقسيم المعرفة إلى مستويات كل منها يحتاج إلى معرفة محددة، ترتبط المستويات أيضًا بعملية التقييم حيث تقيس قدرات التلاميذ وفقًا لهذه المستويات، مما يساعد في تقييمهم وتشخيصهم وتقديم العلاج اللازم.

ويمكن الاستدلال من التعريفات المختلفة على أهمية تنظيم المعرفة والمهارات بطريقة منهجية من أجل زيادة فهم التلميذ. تبدأ العملية بنقل البيانات الأولية إلى التحليل المفاهيمي، ثم تنتقل إلى التخطيط الاستراتيجي، وتنتهي بالتحليل النقدي الذي ينبغي استخدامه لتقييم تقدم التلاميذ في فصول الرياضيات. هذا يساعد على زيادة

الفهم والتفاعل مع المواد الرياضية وربطها بالتعلم، مما يمكن تحسين الأداء الأكاديمي، كما يضمن أيضًا بقاء نتائج التعلم متسقة عبر الزمن.

ثالثاً: أهمية مستويات عمق المعرفة

لقد حظيت مستويات عمق المعرفة في الآونة الأخيرة اهتماماً كبيراً في المجال التربوي؛ وذلك نظراً لأهميتها ودورها في عملية التعلم. وقد أشارت عدة كتابات إلى هذه الأهمية، منها: (عبدالرحمن يوسف، 2019، 739)، (كرامي محمد، 2021، 43)، (Czarnocha& Baker, 2018, 91)، (Wyse& Viger, 2011, 189).

1) تُعطي معلومات لكل من التلميذ والمعلم حول درجة زيادة معرفة التلميذ؛ حيث تكون هذه المعلومات مصدر تحفيز للتلميذ، بينما توفر للمعلم معلومات حول فعالية طريقة التيسير المستخدمة.
2) تكرار القياس وفق هذه المستويات يسمح بقياس درجة التغيير في فهم التلميذ.
3) يُساعد في توفير معلومات حول المجالات البعيدة لمنطقة النمو الوشيك للتلميذ، والتي يمكن استخدامها لتصميم تمارين ومهام تختبر هذه المستويات المتقدمة من الفهم.
4) يُقسم ويُصنف عمليات التفكير المختلفة اللازمة لحل مشكلة بشكل صحيح، الذي يؤدي بدوره إلى الدقة المعرفية.
5) تتضمن العديد من القدرات العقلية البسيطة والمركبة.
6) يُركز على المعرفة النشطة، وتمكن من الربط بين الخبرات والأفكار السابقة والجديدة.
7) تجعل التلميذ يسأل عن الأشياء بلماذا وليس بكيف فقط، كما تجعله يهدف إلى الوصول لأقصى درجات الفهم وسيسعى لإرضاء فضولة واهتماماته الشخصية في جميع الموضوعات.
8) يجعل التلميذ يميل إلى القراءة والبحث ودراسة ماهو أبعد من متطلبات المادة الدراسية فقط.
9) يتعلم التلاميذ وفقاً لعمق المعرفة أكثر من مجرد المعرفة؛ فهم يفكرون خارج المعايير المعتادة لإيجاد حل مقبول للمشكلات التي يدرسونها.
10) يسهم في بقاء أثر التعلم لفترة طويلة وتقلل من أثر تعرض المعرفة للنسيان.
11) تنظيم عملية التعلم بالشكل الذي يُتيح للمتعلم تكوين بنيته المعرفية بنفسه.

وتُضيف الباحثة على ما سبق أن عمق المعرفة الرياضية يُساعد التلاميذ في فهم ماوراء المشكلة، وخاصة مع المشكلات الرياضية اللفظية حيث التعمق في فهم محتواها ضرورياً، كما أن هناك العديد من المشكلات الرياضية التي تتطلب إحدى خطوات حلها استرجاع معلومات تم تعلمها قديماً،

فيُساعد التعمق في المعرفة في الوصول إلى هذه المعلومات، بالإضافة إلى ذلك يُساعد عمق المعرفة في إحداث ترابطات معرفية، وبما أن الرياضيات لها فروع متعددة، فإن التعمق في المعرفة يُسهم في إحداث ترابط بين هذه الفروع وابتكار معارف جديدة.

وقد أكدت عدة دراسات على هذه الأهمية كدراسة تشانغ ويانغ (Zhang& Yang,2016) التي توصلت لوجود علاقة إيجابية بين التعمق في المعرفة وفهم المادة العلمية المقروءة، و دراسة سايزمور (Sizemore, 2015) والتي أكدت أن التعمق في المعرفة يُساعد في اندماج التلاميذ أثناء التعلم، بالإضافة إلى دراسة بويلز (Boyles,2016) التي أظهرت وجود علاقة إيجابية بين التعمق في المعرفة والدقة العلمية.

ونظراً لهذه الأهمية، تمت عدة محاولات لتنمية عمق المعرفة الرياضية في جميع المراحل الدراسية على مدار السنوات السابقة كدراسة خلف الله حلمي (2021) بالمرحلة الإبتدائية، ودراسة مريم موسى (2020) بالمرحلة الإعدادية، ودراسة على محمد (2022) بالمرحلة الثانوية، ودراسة إيهاب السيد (2019) بالمرحلة الجامعية. وتمت هذه المحاولات باستخدام العديد من الأساليب والاستراتيجيات المختلفة والتي سيتم تناولها في السطور التالية.

رابعاً: أساليب واستراتيجيات تنمية عمق المعرفة

تتعدد أساليب واستراتيجيات تنمية عمق المعرفة لدى التلاميذ كما يلي:

- من خلال نموذج VARK(ابتسام على، 2020)
- من خلال مراسي التعليم الإلكتروني (أرزاق محمد وشيماء بهيج، 2021)
- من خلال التعليم القائم على الظواهر (سماح أحمد، 2022)
- من خلال أساليب تكنولوجية مرتبطة بالتوجيه الذاتي (Baer, 2016)
- من خلال التعلم المعكوس (Eustace, et al., 2015)
- من خلال الألغاز (Yokomoto,2000)

خامساً: مؤشرات تحقق مستويات عمق المعرفة

تُعتبر مؤشرات تحقق مستويات عمق المعرفة مجموعة من العلامات التي تدل على مدى تمكن التلميذ من فهم المفاهيم والمعارف المتعلقة بموضوع معين، وتطبيق هذه المفاهيم والمعارف في مواقف جديدة ومختلفة. ولقد اتفق كلاً من إيهاب السيد (2019، 25)، وشيماء محمد (2018، 146) على عدة مؤشرات تدل على تحقق مستويات عمق المعرفة في تعلم الرياضيات، وهذه المؤشرات هي:

- الربط بين محتوى الرياضيات الجديد الذي يقوم بدراسته وبين ما لديه من خبرات ومعارف سابقة.

- القدرة على تحليل المسائل الرياضية إلى عناصرها الأولية وتحديد المعطيات، ووضع الاستراتيجيات طويلة المدى وقصيرة المدى للتوصل إلى النتائج المناسبة.
- تذكر المفاهيم والتعميمات السابقة المتعلقة بالمشكلات الرياضية المطروحة ومعالجتها بالطرق المناسبة للتوصل إلى حلول ملائمة.
- القدرة على فرض الفروض والتنبؤ بالنتائج واتخاذ القرارات المناسبة.
- استخدام التفكير الناقد والتفكير التأملى للأفكر والحقائق المقدمة له وإجراء الترابطات المتعددة بين هذه الأفكار.

ويمكن إضافة مجموعة أُخرى من المؤشرات ومنها على سبيل المثال:

- القدرة على توليد أفكار وحلول جديدة، والتفكير بشكل خلاق والتوصل إلى أساليب جديدة لحل المشكلات.
- القدرة على تطبيق المعرفة ونقل معرفتهم لحل المشاكل التي لم يواجهوها من قبل.
- القدرة على إجراء اتصالات بين المفاهيم المختلفة، والتفكير فيما وراء المعنى السطحي للأفكار وفهم آثارها العميقة.
- القدرة على تحليل المعلومات وتقييمها بشكل نقدي وفهم مكوناتها.
- القدرة على تحليل تفكيرهم، وتحديد نقاط القوة والضعف الخاصة بهم واستخدام هذه المعلومات لتحسين تعلمهم في المستقبل.

سادساً: العلاقة بين عمق المعرفة الرياضية، ونموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي

العلاقة بين عمق المعرفة الرياضية ونموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي تتمثل في التداخل بين الأهداف التعليمية لكل منهما وتركزهما على تطوير فهم التلاميذ الرياضـــي بعمق من خلال تنظيم المعرفة والمهارات وتطبيقها في مستويات متدرجة، وتتضح العلاقة بينهما فيما يلي:

المستويات المتدرجة: يعتمد كلاً منهما على مفهوم المستويات المتدرجة في الفهم، حيث يبدأ بمستوي بسيط ثم يتعمق تدريجياً. فعمق المعرفة يتدرج من التذكر ويصـــل إلى التفكير الممتد، بينما نموذج بيري وكيرين يتدرج من الإدراك البسيط إلى القدرة على الهيكلة والإختراع.

تطوير الفهم: كلاهما يهدف إلى تطوير الفهم، فعمق المعرفة يركز على تعزيز الفهم من خلال تطبيق المفاهيم والمهارات في مستويات متقدمة، ونموذج بيري وكيرين يهدف لتطوير الفهم من خلال الانشطه.

القدرات العقلية: كلاهما يُركز على العمليات العقلية التي يقوم بها المتعلم لفهم الرياضيات بعمق.

ربط المعرفة بالواقع: كلاهما يهدف إلى ربط المعرفة الرياضـــية بالواقع العملي والمجالات الأخرى. فعمق المعرفة ينتهي بالقدرة على ربط المعارف بالواقع الحياتي، ونموذج بيري وكيرين يشـجع على اسـتخدام المعرفة الرياضية في حل مشكلات واقعية.

المحور الثالث: الكفاءة الذاتية الرياضية

أولاً: مفهوم الكفاءة الذاتية

لقد عرفها مؤسس المفهوم بانادورا : (Bandura, 2017, 15) بأنها "اعتقاد الفرد بأنه يستطيع تحقيق النجاح عند مستوى محدد في مهمة أكاديمية معينة." وأضاف بانادورا بأنها "تتعلق بالاقتناع بقدرة الفرد على التنقل في المواقف المتنوعة وانجاز مهام محددة ضرورية لتحقيق أهداف محددة مسبقًا، ويتوقف هذا الاقتناع على ثقة الشخص في قدراته" (Ngman-Wara& Edem, 2016,22).

كما أنها قدرة المتعلمين على بذل المزيد من الجهد والمثابرة وتنظيم الأفعال التي تؤدي الى نجاح الأداء الأكاديمي وتعد من أهم العوامل التي تؤثر بشكل مباشر على التحصيل (شروق عاطف، 2023، 80؛455). وأنها "نتاج نجاحات المتعلم المتكررة في تعلم موضوع ما وإدراكه لانجازاته" (Hughes&Riccomini, 2011, 1).

ولقد عرفها محمد عبد الرازق (2022، 8): بأنها" قدرة المتعلم على التخطيط والانخراط الإيجابي في مواقف التعلم والاستمرار في متابعة أدائه، ومواجهة الصعوبات التي قد تعترض تعلمه، والاستمتاع أثناء التعلم".

كما أنها هي "القدرة الإجرائية والتي لا ترتبط بما يملكه الفرد وانما بإيمانه بما يستطيع عمله فقط وانما بإيمانه بما يستطيع عمله مهما كانت المصادر المتوفرة وثقته بقدرته عللا تنفيذ الأنشطة المطلوبة في ظل متطلبات الموقف" (إبراهيم أحمد، هبه درويش، 2015، 70).

والكفاءة الذاتية في الرياضيات من أهداف الجانب الوجداني والاجتماعي للرياضيات، والتي تضمن بدرجة ما استمرارية التلميذ في إنجاز المهام التعليمية في الرياضيات (ناصر السيد، 2018، 304).

كما أنها " أحكام المتعلم وتوقعاته عن أدائه وسلوكه وقناعاته الذاتية حول قدراته على تعلم موضوع رياضي جديد، وعلى حل المشكلات واستيعاب المعارف واتقان المهارات المرتبطة بالموضوع المُتعلم وربط المعلومات الجديدة بما لديه من معلومات سابقة بما يوجه سلوكه نحو التعلم" إبراهيم التونسي ،2019، 186؛ ومريم عبد العظيم ،2019، 172).

وعرفت بأنها "إدراك الشخص بقدرته على تعلم المهام الرياضية وتحقيقها، وثقتة بقدرته على تعلم الموضوعات الجديدة في الرياضيات، ومدى اهتمامه ورغبته في تتبع الأفكار الرياضية والتفاعل معها" (Reyes, 1984, 560).

كما عرفها علاء المرسي (2018، 1212) بأنها "قدرة وثقة المتعلم على حل المهام والمشكلات الرياضية والمثابرة على حلها" وأنها "إيمان الفرد بقدرته على إكمال المهام المتعلقة بالرياضيات" (ural, 2008,310).

كذلك هي "قدرة الفرد على الانخراط بفعالية في الأنشطة الرياضية المتنوعة." (Negara et all,2021, 1). وأنها "ما تتعلق بثقة الفرد في قدرته على العمل والجهد، مما يؤثر على نجاحه المحتمل في مجال الرياضيات"(Luttenberger et all, 2018, 317) .

وأضاف هاكيت وبيتز (Hackett and Betz,1989,243) أن الكفاءة الذاتية في الرياضيات هى "تقييم ظرفي أو خاص بمشكلة معينة لثقة الفرد في قدرته على أداء أو إنجاز مهمة أو مشكلة معينة في الرياضيات بنجاح ".

كما عُرِّفت بأنها "اعتقادات الفرد حول إمكانياته، وثقته في معلوماته وقدراته وأنه يملك من المقومات المعرفية والانفعالية ما يُمكنه من تحقيق المستوى المُرضي له" (عبد الناصر أحمد ومصعب حسين، 2013، 582؛ Bandura, 2012, 11).

يظهر أن الكفاءة الذاتية في الرياضيات تعكس توقعات المتعلم حول أدائه وسلوكه، وتشمل قناعاته الذاتية بشأن قدرته على حل المشكلات واستيعاب المعرفة، وربط المعلومات الجديدة بالمعرفة السابقة، وتعد الكفاءة الذاتية في الرياضيات عاملاً حاسمًا يؤثر بشكل مباشر على التحصيل الأكاديمي، حيث يتجلى ذلك في قدرة المتعلم على بذل المزيد من الجهد، والمثابرة، وتنظيم الأفعال لتحقيق الأداء.

ثانياً: أبعاد الكفاءة الذاتية

من خلال الإطلاع على الأبحاث والدراسات السابقة والأطر النظرية، وجد أنها اتفقت على أنه يمكن قياسها من خلال الأبعاد التالية: (مروة عبد العظيم، 2022، 191؛ إيمان سمير، 2020، 192؛ Habibi et all, 2014, 93)

1) **الكفاءة الذاتية الأكاديمية:** وتتضمن معتقدات حول الوصول إلى معايير أو أهداف ذات قيمة ذاتية في سياق المدرسة.
2) **الكفاءة الذاتية الاجتماعية:** وتتكون من المعتقدات الشخصية حول قدرة الفرد على تكوين العلاقات المرغوبة والحفاظ عليها.
3) **الكفاءة الذاتية العاطفية:** والتي تتعامل مع معتقدات الناس حول قدراتهم فيما يتعلق بالتنظيم العاطفي.

ثالثاً: أهمية الكفاءة الذاتية

تتمثل أهمية الكفاءة الذاتية في عدة جوانب، فأشارت مريم عبد العظيم (2022، 193) إلى أنها تساعد على تحقيق الأداء الفعال والمثابرة على العمل، وتساعد على تنشيط العمليات المعرفية وزيادة ثقة التلميذ بنفسه وبقدراته وتشعره بالحماس في أداء الأعمال، وتسهم في خفض قلق التلميذ، وتكوين علاقات مع الآخرين، وتنمي مهارات التفكير بصوت عال والتحدث للذات.

كما أُشير أن تحسين الكفاءة الذاتية يؤدي إلى تحسين مستوى الرياضيات وتقليل القلق من الرياضيات (Zientek&Thompson,2010) وهذا ما أكدته عدة دراسات، حيث توصلت دراسة الخطاب (Alkhatib1, 2020) إلى وجود علاقه إيجابية بين الكفاءة الذاتية والتفكير الإيجابي، ودراسة روزغونجوك (Rozgonjuk et all, 2020,1) إلى وجود علاقة إيجابية بين تنمية الكفاءة الذاتية وخفض القلق من الرياضيات. ودراسة ويليامز وويليامز .(Williams & Williams,2010) إلى أن زيادة الكفاءة الذاتية تزيد تحصيل الرياضيات، وخاصة لدي ذوي صعوبات تعلم الرياضيات كدراسة ماجد فرحان (2011)

ونستنتج مما سبق أن التلميذ يستفيد نفسيًا ويتم تحفيزه لتحسين وضعه الأكاديمي، إذا كان لديه الشعور بالكفاءة الذاتية في تعلم الرياضيات، حتى لو كان شعوره وهمياً أو مصطنعاً. فماذا سيحدث لو تمكن من تحقيق ذلك على أرض الواقع؟ سيكون لكفاءته في الرياضيات نتائج ملحوظة، وبالتالي، فلتحسين الكفاءة الذاتية دور مهم في تعلم الرياضيات.

رابعاً: العلاقة بين الكفاءة الذاتية، ونموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي

يُعتبر التلاميذ منخفضو التحصيل في الرياضيات منخفضي الكفاءة الذاتية، وفقاً لنتائج دراسة ستيفنز وآخرون(Stevens et all,2009) التي أثبت أن هناك علاقة قوية بين التحصيل المسبق في الرياضيات والكفاءة الذاتية. ومن أجل تحسين الكفاءة الذاتية لمنخفضي التحصيل، يجب الإهتمام بفهمهم الرياضي، حيث

أشارت دراسة عارفين وهيرمان (Arifin& Herman,2021) إلى أن الكفاءة الذاتية للتلاميذ في الرياضيات ترتبط بشكل إيجابي مع فهم التلاميذ الرياضي، وبالتالي، يجب التركيز على النماذج التعليمية المرتبطة بالفهم الرياضي كنموذج بيري وكيرين.

يحتاج المعلمون والمدافعون عن التعليم إلى إدراك أن فهم التلاميذ للمفاهيم الرياضية يعزز إحساسهم بالكفاءة الذاتية. ونتيجة لذلك، يجب عليهم التركيز على تقنيات التدريس الحديثة مثل نموذج بيري وكيرين الذي يدعم هذا الفهم، وبالتالي يمكن أن يسهم في تحسين الكفاءة الذاتية الرياضية.

المحور الرابع: منخفضي التحصيل

تُعتبر الرياضيات من أصعب المواد، ولهذا السبب فإن المستوى الأكاديمي لبعض التلاميذ في هذه المادة ضعيف. ضعف التحصيل يعني عدم حصول التلميذ على الدرجات الجيدة التي تؤهله للانتقال من مرحلة إلى أخرى بنجاح وكفاءة، فالدرجات التي حصل عليها التلميذ تقيس المستوى الذي وصل إليه مدى الاستفادة التي حققها خلال مرحلة التدريس الحالية(Abd Algani & Eshan, 2019, 181) .

ويُعرف منخفضو التحصيل بأنه التلميذ المنتظم في الدراسة، والذي يقل مستوي التحصيل الدراسي لديهم في اختبار فصل دراسي أو بنهاية العام الدراسي السابق عن المتوسط (أي اقل من 50 ٪)، بينما مستوى ذكائهم متوسطًا أو فوق المتوسط وليس لديهم إعاقات عقلية أو حسية، إلا أنهم يعانون من بعض المشكلات الأكاديمية التي تعيق قدرتهم على التعلم والدراسة (رشا صبحي، محمد حسين، 2022، 334).

وقد حدد يسري طه (2005، 43) مجموعة من الخصائص التي تتصف بها هذه الفئة، من بينها:

- يفتقرون إلى القدرة على تذكر المعرفة وتطبيقها على ظروف العالم الحقيقي.
- لا يستفيدون شيئا من المعرفة السابقة.
- يفتقرون إلى الاستراتيجيات والخطط التي قد تمكنهم من التعلم بشكل أكثر فعالية.
- تنظيمهم المعرفي غير منظم.
- يفتقرون إلى الدافع للمشاركة في البيئة التعليمية وتعلم أشياء جديدة.

وبالتالي، نلاحظ أنه تختلف مستويات التحصيل الدراسي بين التلاميذ، وقد يواجه بعضهم صعوبات في فهم وتطبيق المفاهيم الرياضية، و تتحدد بعض سمات منخفضي التحصيل في قلة الثقة بالنفس في قدرتهم على حل

المسائل الرياضية وعدم القدرة على تطبيق الرياضيات في سياقات الحياة الواقعية، مما يؤثر سلبًا على قدرتهم ويؤدي إلى انخفاض مستوى الأداء والنجاح الأكاديمي.

فروض البحث

1) يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسطي رتب تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في القياس البعدي لاختبار مستويات عمق المعرفة لصالح المجموعة التجريبية.
2) يوجد فرق دال إحصائيًّا بين متوسطي رتب تلاميذ المجموعة التجريبية في القياسين القبلي والبعدي في اختبار مستويات عمق المعرفة في الرياضيات لصالح القياس البعدي.
3) يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسطي رتب تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في القياس البعدي لمقياس الكفاءة الذاتية لصالح المجموعة التجريبية.
4) يوجد فرق دال إحصائيًّا بين متوسطي رتب تلاميذ المجموعة التجريبية في القياسين القبلي والبعدي لمقياس الكفاءة الذاتية في الرياضيات لصالح القياس البعدي.

إجراءات البحث

للإجابة عن أسئلة البحث والتحقق من فروضه تم اتباع الإجراءات التالية:

<u>إجراءات إعداد مواد وأدوات البحث</u>

أولا: اختيار وحدة الدراسة:

تم اختيار وحدة المعادلات، وفقًا للأسباب الآتية:

- احتواء الوحدة على مجموعة من المفاهيم والنظريات التي تُعد أساسية لتعلم موضوعات الرياضيات الأخرى، كما أن موضوعاتها تتناسب مع طبيعة النموذج المقترح.
- تعلم حل المعادلات يتطلب صياغة المعلومات بصور مختلفة، إجراء مقارانات، والتنبؤ بنتائج؛ مما يُسهم في تنمية عمق المعرفة لديه.
- تتيح موضوعات هذه الوحدة استخدام العديد من الأنشطة والمواقف الرياضية بشكل تفاعلى مع المعلم والزملاء، مما يجعله شخص مشارك وذو دافعيه للتعلم، مما يسهم في تحسين الكفاءة الذاتية.
- معلومات الوحدة تُعتبر حجر أساس لمعلومات أكثر توسعًا في دراسة المعادلات، يُفضل معرفتها من قبل منخفضي التحصيل لأنها ستؤثر على مستواهم التحصيلي في المراحل التالية.

ثانياً: تحليل محتوى الوحدة

– تم تحليل محتوى الوحدة لتحديد جوانبها المختلفة، بما في ذلك المفاهيم، التعميمات، والمهارات المدرجة، للتحقق من الثبات، أُعيد التحليل بعد أسبوعين باستخدام معادلة هولستي (Holsti) ، حيث تراوحت نسب الثبات بين التحليلين إلى (90,9٪ للمفاهيم–80٪ للتعميمات– 94,1٪ للمهارات)، مما يعزز الثقة في ثبات التحليل، كما تم التأكد من صدق محتوى التحليل من خلال عرضه على عدد 11 محكماً، وراجعوا المحتوى وقد اتفقوا على صحة البنود.

ثالثاً إعداد دليل المعلم

محتويات الدليل:

وقد تضمن الدليل مايلي:

(مقدمة الدليل / هدف الدليل / أهمية الدليل بالنسبة للمعلم/ التوزيع الزمني لتدريس موضوعات وحدة المعادلات وفقاً لنموذج بيري وكيرين / نُبذة مختصرة عن نموذج بيري وكيرين وعمق المعرفة والكفاءة الذاتية الرياضية / الخطوات الإجرائية لتنفيذ الدروس وفقاً لنموذج بيري وكيرين / الوسائل ومصادر التعلم المستخدمة / أساليب التقويم المستخدمة)

ضبط الدليل:

تم عرض دليل المعلم على مجموعة من السادة المحكمين[2]، بهدف الحصول على آراء موثوقة حول مدى الصحة العلمية للمعلومات، وملاءمة الصياغة اللغوية، وصحة وملائمة الأنشطة التعليمية في ضوء النموذج لخصائص منخفضي التحصيل بالصف الثالث الإعدادي، وتم إجراء التعديلات المقترحة من قبلهم وأصبح الدليل في صورته النهائية[3] جاهزا للتطبيق.

رابعاً: إعداد كراسة أنشطة التلميذ[4]

تم إعداد كراسة أنشطة التلاميذ وفقًا لنموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي، حيث احتوت هذه الكراسة على مجموعة متنوعة من الأنشطة والتدريبات التي تساعد على تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضية وتحسين الكفاءة الذاتية الرياضية

[2] ملحق (3) أسماء السادة المحكمين
[3] ملحق (4) دليل المعلم
[4] ملحق (5) كراسة نشاط التلميذ

خامساً: إعداد اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضية:

تمّ إعداد اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضية وفقاً للمراحل الآتية:

1- تحديد الهدف من الاختبار: هدف الاختبار إلى قياس مستويات عمق المعرفة الأربعة (التذكر والاستدعاء، تطبيق المفاهيم والمهارات، التفكير الاستراتيجي، التفكير الممتد) لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل.

2- صياغة مفردات الاختبار: لقد تنوعت صياغة مفردات الاختبار بين نوعين من الأسئلة: أسئلة الاختيار من متعدد والأسئلة مفتوحة الإجابة، ويوضح الجدول التالي توزيع عدد الأسئلة بناءً على الوزن النسبي لكل موضوع وأهمية كل مستوى وفقًا لآراء المحكمين، حيث تم حساب الوزن النسبي للموضوعات وفقًا لعدد الصفحات المخصصة لكل موضوع، وكانت النتائج كالتالي: الموضوع الأول (50٪)، الموضوع الثاني (30٪)، الموضوع الثالث (20٪)، كما حُسبت أهمية كل مستوى بناءً على مدى أهميته للتلاميذ منخفضي التحصيل وفقًا لآراء المحكمين، وكانت كالتالي: التذكر والاستدعاء ((37,27273٪)، تطبيق المفاهيم والمهارات (28,63636٪)، التفكير الاستراتيجي (20٪)، والتفكير الممتد (14,09091٪). هذا التحليل ساهم في تحديد عدد الأسئلة الملائمة لكل مستوى من مستويات عمق المعرفة في الاختبار، كما موضح أدناه:

جدول (1) *عدد أسئلة كل مستوى من مستويات عمق المعرفة وفقاً للوزن النسبى ل(الموضوعات –أهمية كل مستوى)*

م	موضوعات الوحدة	عدد الأسئلة				المجموع
		التذكر والاستدعاء	تطبيق المفاهيم والمهارات	تفكير استراتيجي	التفكير الممتد	
1	الموضوع الأول	4	3	2	1	10
2	الموضوع الثاني	2	2	1	1	6
3	الموضوع الثالث	1	1	1	1	4
	المجموع	7	6	4	3	20

من خلال الجدول السابق يتضح عدد الأسئلة الخاصة بكل مستوى من مستويات عمق المعرفة وفقاً للاوزان النسبية المعروضة بالجدول.

وبالتالي يمكن عرض الأوزان النسبية لعدد أسئلة اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضية كما يلي:

جدول(2) الأوزان النسبية لعدد أسئلة اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضية

مستويات عمق المعرفة	عدد الأسئلة	الوزن النسبي
الاستدعاء	7	٪35
المفاهيم والمهارات	6	٪30
التفكير الاستراتيجي	4	٪20
التفكير الممتد	3	٪10
المجموع	20	٪100

3- صدق الاختبار: للتأكد من صدق الاختبار، تم عرضه في صورته الأولية على مجموعة من المحكمين لإبداء آرائهم في أسئلة الاختبار من حيث مدى صحة السؤال من الناحية العلمية واللغوية، ومدى مناسبة الأسئلة لمستوى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل. وقد تم إجراء التعديلات في ضوء آراء المحكمين، وذلك بحذف الأسئلة غير المناسبة لصعوبتها، وإعادة صياغة بعض الأسئلة، وأصبح الاختبار في صورته النهائية يتكون من (٢٠) مفردة موزعة على محاور الاختبار.

4- **ضبط الاختبار:** تم تطبيق الاختبار على العينة الاستطلاعية وعددها (32) تلميذًا وتلميذة، وذلك بهدف:

- **التحقق من صدق الاتساق الداخلي للاختبار:** تم استخدام معامل الاتساق الداخلي من خلال حساب معامل الارتباط بين الدرجة الكلية للاختبار وبين درجات كل مستوى من مستويات عمق المعرفة. وكانت معاملات الارتباط كما يوضحها الجدول التالي:

جدول (3) *معاملات الارتباط بين الدرجة الكلية للاختبار وبين درجات كل مستوى من مستويات عمق المعرفة*

مستويات عمق المعرفة	معامل الارتباط
مستوى الاستدعاء	٠,978**
مستوى المفاهيم والمهارات	٠,977**
مستوى التفكير الاستراتيجي	٠,950**
مستوى التفكير الممتد	٠,950**

* دالة عند مستوى (0.05) ** دالة عند مستوى (0.01)

يتضح من الجدول السابق أن معاملات الارتباط بين الدرجة الكلية للاختبار والدرجة الكلية لكل مستوى من مستوياته تراوحت ما بين (0.950) و(0.978)، وجميعها دالة إحصائياً عند مستوى (0.01)، مما يدل على ترابط وتماسك المستويات والدرجة الكلية، مما يشير إلى أن الاختبار يتمتع باتساق داخلي.

- **ثبات الاختبار:** تم حساب ثبات الاختبار عن طريق معادلة ألفا كرونباخ، ووجد أن معامل ثبات الاختبار (٠,945)، وهي قيمة مقبولة للثبات.
- **ثبات المصححين:** قامت الباحثة بحساب ثبات المصححين من خلال تصحيح إجابات التلاميذ عن الاختبار بالتعاون مع مصحح آخر، ومن ثم رصد الدرجات وتسجيلها، ثم حساب معامل الارتباط بين درجات المصححين، وكان معامل الإرتباط كالتالي: مستوى التذكر (0,965**)، مستوى التطبيق (0,968**)، مستوى التفكير الاستراتيجي (0,981**)، مستوى التفكير الممتد (0,989**)، والمجموع الكلي (0,988**) وهي جميعها دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة (0.01)، مما يشير إلى ارتفاع ثبات بين المصححين، ومن ثم ثبات الاختبار وصلاحيته للاستخدام.
- **حساب معاملات الصعوبة لمفردات الاختبار:** تم حساب معاملات الصعوبة وكانت للاختبار ككل تساوي (٠,49)، وتراوحت معاملات الصعوبة لمفردات الاختبار بين (0,43– 0,51) وهي معاملات صعوبة جيدة، ويمكن عرضها تفصيلياً في الجدول التالي:

جدول(4) قيم معاملات الصعوبة لمفردات اختبار عمق المعرفة الرياضية لدى منخفضي التحصيل

المفردة	معامل الصعوبة	المفردة	معامل الصعوبة
1	0,51	11	0,48
2	0,51	12	0,50
3	0,50	13	0,50
4	0,48	14	0,50
5	0,50	15	0,48
6	0,47	16	0,48
7	0,50	17	0,46
8	0,51	18	0,46
9	0,48	19	0,46
10	0,50	20	0,43

- **حساب زمن الاختبار:** تم حساب زمن الاختبار برصد الزمن الذي استغرقه كل تلميذ، ثم حساب متوسط الزمن. زمن الاختبار هو (٩٠) دقيقة.

- **طريقة تصحيح الاختبار**: تم وضع طريقة التصحيح بناءً على طبيعة كل سؤال ودرجته وفقًا للأهمية النسبية لكل مستوى من مستويات عمق المعرفة، وتتضح طريقة التصحيح تفصيليًا كما بملحق (6).
- **الصورة النهائية للاختبار**: تم التوصل إلى الصورة النهائية للاختبار بعد إجراء التعديلات المطلوبة كما في الملحق (7).

والجدول التالي يوضح توزيع مفردات الاختبار التي تقيس كل مستوى من مستويات عمق المعرفة الرياضية:

جدول(5) *مواصفات اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضية*

المستوى	أرقام المفردات	عدد المفردات
مستوى الاستدعاء	(1، 2، 3، 4، 5، 6، 7)	7 مفردات
مستوى المفاهيم والمهارات	(8، 9، 10، 11، 12، 13)	6 مفردات
مستوى التفكير الاستراتيجي	(14، 15، 16، 17)	4 مفردات
مستوى التفكير الممتد	(18، 19، 20)	3 مفردات

سادساً: إعداد مقياس الكفاءة الذاتية الرياضية

1) **تحديد الهدف من المقياس:** هدف المقياس هو قياس الكفاءة الذاتية الرياضية لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل.
2) **تحديد أبعاد الكفاء الذاتية الرياضية المراد قياسها:** بعد مراجعة الأبحاث والدراسات، تم تحديد الأبعاد التالية: البعد الأكاديمي، البعد الانفعالي، البعد الاجتماعي.
3) **صدق المقياس:**

- **صدق المحتوى:** تم إعداد المقياس وصياغة في صورته الأولية وعرضه على السادة المحكمين للحصول على ملاحظاتهم حول جودة الصياغة ووضوح البنود، و بناءً على ملاحظاتهم، تم تعديل صفحة البيانات الأساسية، واختصار الشرح، وإزالة ما لم يكن واضحًا، وتغيير الصياغة اللغوية لبعض البنود لتناسب أهداف الدراسة.
- **صدق الاتساق الداخلي:** تم تطبيق المقياس على عينة استطلاعية مكونة من (32) تلميذاً وتلميذة، وتم التحقق من صدق الاتساق الداخلي من خلال **حساب معامل ارتباط كل بند** بالدرجة الكلية للبعد الذي ينتمي إليه. والجدول التالي يوضح معاملات الارتباط الناتجة:

جدول (6) *معاملات ارتباط كل بند من بنود المقياس بالدرجة الكلية للبُعد الذي ينتمي إليه*

البعد الأكاديمي		البُعد الانفعالي		البُعد الاجتماعي	
رقم البند	معامل الارتباط	رقم البند	معامل الارتباط	رقم البند	معامل الارتباط
1	0,493**	11	0,725**	21	0,509**
2	0,713**	12	0,653**	22	0,748**
3	0,769**	13	0,705**	23	0,646**
4	0,800**	14	0,585**	24	0,741**
5	0,517**	15	0,632**	25	0,744**
6	0,786**	16	0,628**	26	0,731**
7	0,595**	17	0,636**	27	0,564**
8	0,755**	18	0,768**	28	0,704**
9	0,762**	19	0,668**	29	0,878**
10	0,527**	20	0,585**	30	0,753**

*دالة عند مستوى0,05 ** دالة عند مستوى 0,01

كما أن معاملات ارتباط أبعاد المقياس مع الدرجة الكلية تتمثل في: البعد الأكاديمي (0,843**) ، البعد الانفعالي (0,791**)، البعد الاجتماعي (0,863**)، ومما سبق يتضح أن معاملات ارتباط البنود والأبعاد مع الدرجة الكلية للمقياس دالة إحصائيًا، مما يدل على أن أبعاد المقياس متسقة مع بعضها.

4) **ثبات المقياس:** تم حساب ثبات الاتساق الداخلي للمقياس باستخدام معادلة ألفا كرونباخ لدرجات العينة الاستطلاعية على مقياس الكفاءة الذاتية الرياضية، ويُوضح الجدول التالي معاملات الثبات بهذه الطريقة.

جدول (7) معاملات ثبات مقياس الكفاءة الذاتية الرياضية

الأبعاد الفرعية	معامل ألفا كرونباخ
البعد الأكاديمي	0,846
البعد االانفعالي	0,891
الاجتماعي	0,913

المقياس ككل	0,965

يُلاحظ من الجدول السابق أن مقياس الكفاءة الذاتية الرياضية يتصف بمعاملات ثبات جيدة، وجميعها قيم مرتفعة إحصائياً، مما يُشير إلى أن مقياس الكفاءة الذاتية الرياضية يتمتع بدرجة عالية من الثبات، وبذلك يصبح المقياس جاهزًا للتطبيق على عينة البحث بصورته النهائية كما هو موضح في ملحق (8)

إجراءات تحديد التصميم التجريبي للبحث

أولاً: منهج البحث وتصميمه: تم استخدام المنهج شبه التجريبي ذو تصميم المجموعتين المتكافئتين (التجريبية والضابطة)، حيث يتم تطبيق أدوات البحث قبليًا على المجموعتين. بعدها درست المجموعة التجريبية باستخدام نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي، بينما درست المجموعة الضابطة بالطريقة المُعتادة، ثم تم تطبيق أدوات البحث بعديًا؛ بهدف قياس فعالية نموذج بيري وكيرين في تنمية مستويات عمق المعرفة وتحسين الكفاءة الذاتية الرياضية لدي تلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل.

ثانياً: اختيار مجموعتي البحث: تم اختيار مجموعتي البحث من تلاميذ الصف الثالث الإعدادي منخفضي التحصيل، الحاصلين على درجات أقل من 50 ٪ في الفصل الدراسي الأول في مادة الرياضيات وذوي ذكاء متوسط، وتكونت العينة من (11) تلميذًا وتلميذة، حيث شملت المجموعة التجربية على (5) تلاميذ من مدرسة "أم رماد"، والمجموعة الضابطة (6) تلاميذ من مدرسة "الناصرية" التابعين لإدارة غرب الزقازيق بمحافظة الشرقية. وتم اختيار هذه المدارس لأن كل مدرسة كان هذا العدد المتوفر فيها من الحاصلين على أقل من 50٪ بالترم الأول في مادة الرياضيات.

وللتأكد من تكافؤ المجموعتين، قامت الباحثة بالبحث عن التكافؤ بينهما في عدة جوانب، مثل:

- **تكافؤ العمر الزمني:** وتراوحت أعمار تلاميذ المجموعتين من (14 – 15) سنه.
- **تكافؤ النوع:** اشتملت المجموعتين على تلاميذ من الجنسين.
- **تكافؤ التحصيل الدراسي:** كان جميع تلاميذ المجموعتين حاصلين على أقل من 50٪ في مادة الرياضيات في الفصل الدراسي الأول.
- **تكافؤ المستوى الاجتماعي والإقتصادي:** تم اختيار المجموعتين من بيئة اجتماعية واقتصادية متقاربة المستوى، حيث اختارت الباحثة منطقة إدارة غرب الزقازيق التعليمية، بمحافظة الشرقية.

- **تكافؤ طبيعة المادة الدراسية:** درست المجموعتان نفس الموضوعات الدراسية.
- **تكافؤ القدرات العقلية:** بعد تطبيق اختبار القدرات العقلية لأحمد ذكي صالح ملحق (9) وكان متوسط درجات اختبار القدرات العقلية للمجموعة التجريبية (40) أما المجموعة الضابطة (44). يقع هذا المعدل ضمن القدرات العقلية المتوسطة؛ مما يدل على تكافؤ القدرات العقلية بين المجموعتين.
- **تكافؤ عمق المعرفة الرياضية:** قامت الباحثة بتطبيق اختبار مستويات عمق المعرفة على تلاميذ المجموعتين قبل البدء في تطبيق نموذج بيري وكيرين، وتم التوصل لنتائج كما بالجدول التالي:

جدول(8) نتائج اختبار مان وتني (Mann – Whitney) لدلالة الفروق بين متوسطي رتب درجات تلاميذ مجموعتي البحث (التجريبية والضابطة) قبلياً لاختبار عمق المعرفة

أبعاد المقياس	المجموعة	العدد	متوسط الرتب	مجموع الرتب	U	Z	القيمة الاحتمالية	القرار
الاستدعاء	الضابطة	6	4, 92	29, 50	8, 500	1, 248	0, 212	غير دال
	التجريبية	5	7, 30	36, 50				
تطبيق المفاهيم والمهارات	الضابطة	6	6, 33	38, 00	13 ,000	0, 387	0, 699	غير دال
	التجريبية	5	5, 60	28, 00				
التفكير الاستراتيجي	الضابطة	6	6, 25	37, 00	13, 500	00, 316	0, 752	غير دال
	التجريبية	5	5, 70	28, 50				
التفكير الممتد	الضابطة	6	6, 17	37, 00	14, 000	0, 218	0, 827	غير دال
	التجريبية	5	5, 80	29, 00				
الدرجة الكلية	الضابطة	6	5, 50	33, 00	12, 000	0, 546	0, 546	غير دال
	التجريبية	5	6, 60	33, 00				

يظهر من الجدول السابق أنه لا توجد فروق دالة إحصائياً بين متوسطي رتب درجات تلاميذ مجموعتي البحث (التجريبية والضابطة) على اختبار مستويات عمق المعرفة قبل تطبيق نموذج بيري وكيرين مما يدل على أن مجموعتي الدراسة متكافئتان (متجانستان) من حيث مستويات عمق المعرفة.

- **تكافؤ في الكفاءة الذاتية الرياضية:** قامت الباحثة بتطبيق مقياس الكفاءة الذاتية على تلاميذ المجموعتين قبل البدء في تطبيق نموذج بيري وكيرين.

جدول (9) نتائج اختبار مان وتني (Mann – Whitney) لدلالة الفروق بين متوسطي رتب درجات تلاميذ مجموعتي البحث (التجريبية والضابطة) قبلياً لمقياس الكفاءة الذاتية

أبعاد المقياس	المجموعة	العدد	متوسط الرتب	مجموع الرتب	U	Z	القيمة الاحتمالية	القرار
الأكاديمي	الضابطة	6	6, 67	40, 00	11,000	0,762	0,446	غير دال
	التجريبية	5	5, 20	26, 00				
الانفعالي	الضابطة	6	5, 75	34, 50	13,500	0,284	0,777	غير دال
	التجريبية	5	6, 30	31, 50				
الاجتماعي	الضابطة	6	5, 42	32, 50	11,500	0,659	0,510	غير دال
	التجريبية	5	6, 70	33, 50				
الدرجة الكلية	الضابطة	6	5, 42	32, 50	11,500	0,649	0,516	غير دال
	التجريبية	5	6, 70	33, 50				

يظهر من الجدول السابق أنه لا توجد فروق دالة إحصائياً بين متوسطي رتب درجات تلاميذ مجموعتي البحث (التجريبية والضابطة) على مقياس الكفاءة الذاتية قبل تطبيق نموذج بيري وكيرين مما يدل على أن مجموعتي الدراسة متكافئتان (متجانستان) من حيث مستوى الكفاءة الذاتية الرياضية.

إجراءات التجربة الميدانية للبحث

أولاً: التطبيق القبلي لأدوات البحث

قامت الباحثة بتطبيق أدوات البحث المتمثلة في اختبار مستويات عمق المعرفة ومقياس الكفاءة الذاتية الرياضية قبلياً على المجموعتين التجريبية والضابطة، بهدف الوصول إلى المعلومات القبلية لتلاميذ مجموعتي البحث.

ثانياً: التدريس الفعلي من خلال نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي

بعد الانتهاء من عملية التطبيق القبلي لأدوات البحث، تمت عملية التدريس الفعلية باستخدام نموذج بيري وكيرين على تلاميذ المجموعة التجريبية، بينما تم التدريس للمجموعة الضابطة بالطريقة المعتادة المعتادة.

ثالثاً: التطبيق البعدي لأدوات البحث

بعد انتهاء تطبيق الدروس باستخدام نموذج بيري وكيرين، تم تطبيق اختبار عمق المعرفة ومقياس الكفاءة الذاتية الرياضية على مجموعتي البحث التجريبية والضابطة، وذلك للحصول على على بيانات تتعلق بأداء تلاميذ المجموعتين، بهدف تمكين الباحثة من إجراء مقارنة لتقييم فعالية النموذج.

إجراءات الحصول على البيانات

بعد الانتهاء من التطبيق البعدي للاختبار، تم تصحيح إجابات تلاميذ كل من المجموعتين، وتسجيل الدرجات ومعالجتها إحصائياً باستخدام البرنامج الإحصائي SPSS، والحصول على النتائج، ثم مناقشة تلك النتائج وتفسيرها، واختبار صحة الفروض.

نتائج البحث

نتائج الفرضية الأولى ومناقشتها:

تنص هذه الفرضية على أنه: " **توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي رتب أفراد المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي على اختبار مستويات عمق المعرفة** ".

للتحقق من صحة الفرضية تم استخدام اختبار ويلكوكسون (Wilcoxon Test)، وتتضح النتائج بالجدول التالي:

جدول (10) *نتائج اختبار نتائج اختبار ويلكوكسون لدلالة الفروق بين متوسطي رتب درجات أفراد المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي على اختبار مستويات عمق المعرفة*

أبعاد الاختبار	الرتبة	العدد	متوسط الرتب	مجموع الرتب	Z	القيمة الاحتمالية	القرار	حجم الأثر	دلالة حجم الأثر
الاستدعاء	السالبة	0	**0 ,00**	**0 ,00**	**2 ,041**	**0 ,041**	دال إحصائياً	**0 ,645**	مرتفع
	الموجبة	5	**3 ,00**	**15 ,00**					
	المتعادلة	0							
تطبيق المفاهيم والمهارات	السالبة	0	**0 ,00**	**0 ,00**	**2 ,060**	**0 ,039**	دال إحصائياً	**0 ,652**	مرتفع
	الموجبة	5	**3 ,00**	**15 ,00**					
	المتعادلة	0							
أبعاد الاختبار	**الرتبة**	**العدد**	**متوسط الرتب**	**مجموع الرتب**	**Z**	**القيمة الاحتمالية**	**القرار**	**حجم الأثر**	**دلالة حجم الأثر**
التفكيرالاستراتيجي	السالبة	0	**0 ,00**	**0 ,00**	**2 ,041**	**0 ,041**	دال إحصائياً	**0 ,645**	مرتفع
	الموجبة	5	**3 ,00**	**15 ,00**					

	المتعادلة	0						
التفكيرالممتد	السالبة	0	**0 ,00**	**0 ,00**	**2 ,060**	**0 ,039**	دال إحصائياً	**0 ,652**	مرتفع
	الموجبة	5	**15 ,00**	**3 ,00**				
	المتعادلة	0						
الدرجة الكلية	السالبة	0	**0 ,00**	**0 ,00**	**2 ,041**	**0 ,041**	دال إحصائياً	**0 ,645**	مرتفع
	الموجبة	5	**15 ,00**	**3 ,00**				
	المتعادلة	0						

يتبين من خلال الجدول السابق أن قيمة (Z) دالة إحصائياً في جميع أبعاد الاختبار والدرجة الكلية، حيث كانت القيم الاحتمالية أصغر من مستوى الدلالة (0.05) المعتمد في البحث، مما يُشير إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي رتب درجات أفراد المجموعة التجريبية على اختبار مستويات عمق المعرفة في التطبيقين القبلي والبعدي وهي لصالح التطبيق البعدي.

ومن أجل تعرّف مقدار الكسب أو التعلم الحاصل لدى أفراد المجموعة التجريبية التي طُبِّق عليها نموذج بيري وكيرين، تم حساب حجم الأثر باستخدام برنامج (SPSS)، تراوحت قيمته بين **(,645 0 – ,652 0)**، ويُلاحظ أن حجم الأثر مرتفع؛ حيث يُعتبر حجم الأثر صغيرًا إذا كان **(,01)**، ومتوسطًا عند (,06)، وكبيرًا عند (,14 0) ، وهذا يؤكد فاعلية نموذج بيري وكيرين في تنمية مستويات عمق المعرفة لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية منخفضي التحصيل.

وتتفق هذه النتيجة مع عدد من الدراسات التي أكدت فاعلية نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي في تحقيق بعض الأهداف التي وُظِّفَتْ من أجلها في مادة الرياضات مثل: دراسة مُسعد محمد (2020)، محمد أحمد (2017)، ودراسة جنة وآخرون (Jannah et all,2022) ، ودراسة ياو (Yao, 2020)، ودراسة بيترا وسيساسو (Putri& Susiswo,2020)، ودراسة جولكيليك (Gülkılık et all,2015) بالإضافة لدراسات ارتبطت بمنخفضي التحصيل كدراسة مريم موسى(2019)، ودراسة نوباوآخرون (Nopa et all,2019) ، ودراسة سنجول (Sengul,2015)

يمكن تفسير هذه النتائج بأن التلاميذ ذوي التحصيل المنخفض يتطلب منهم تعلم حل المعادلات وفق نموذج بيري وكيرين المرور وفق عدة مراحل، مما أسهم بشكل كبير في تعزيز مستويات عمق المعرفة الرياضية لديهم، وذلك لعدة اعتبارات، منها:

- **توافق عنصر "التدخلات" في نموذج بيري وكيرين مع احتياجات التلاميذ:** يتطلب التلاميذ ذوو التحصيل المنخفض مساعدة من المعلم أو البالغين الآخرين. كما أن ميزة "الطي العكسي" للنموذج تسهل الاسترجاع المستمر للمواد التي يحتاجها التلاميذ منخفضي التحصيل لمواصلة التعلم.
- **التركيز على المعلومات والخبرات السابقة:** تركز المرحلة الأولى من نموذج بيري وكيرين على استحضار المعلومات والخبرات السابقة للمتعلم حول الموضوع، سواء كان ذلك بإرشاد ذاتي من المتعلم أو بإرشاد من المعلم؛ هذا ساعد في تعزيز المستوى الأول من عمق المعرفة، وهو مستوى التذكر والاستدعاء.
- **تعزيز الفهم من خلال المناقشات واستخدام الرسوم البيانية:** يتضمن تكوين الصورة وامتلاكها الكثير من المناقشات بين التلاميذ والمعلم، مما يساعد التلاميذ على فهم الموضوع وتقديم أمثلة على المفاهيم والتعميمات الرياضية باستخدام الرسوم البيانية والأشكال، هذا يسهل تطبيق المفاهيم المكتسبة ويعزز المستوي الثاني من عمق المعرفة، وهو مستوى التطبيق المفاهيمي.
- **تقديم الأنشطة والتطبيقات المتكاملة:** يستخدم نموذج بيري وكيرين تقديم أنشطة وتطبيقات تشمل جميع القواعد التي تعلمها التلاميذ. بمساعدة هذه الاستراتيجية، تمكن التلاميذ من إقامة علاقات منطقية رياضية بين عدد من القوانين، مما يسهم في تنمية المستوي الثالث من عمق المعرفة الرياضية، وهو التفكير الاستراتيجي، كذلك عرض مشكلات رياضية مرتبطة بالواقع وحلها بخطوات نموذج بيري وكيرين ساعد في تحسين المستوي الأخير من عمق المعرفة، وهو التفكير الممتد، وإن كان التحسن بسيطًا مقارنة بالمستويات السابقة.
- **استخدام "الطي العكسي":** عند استخدام التلميذ للطي العكسي والرجوع إلى مرحلة سابقة مثل الطبقة الثانية (صنع الصورة)، يتم إنشاء جزء جديد من المعرفة أو إعادة بناء جزء من المعرفة الموجودة. عندما يعود التلميذ لهذه المرحلة، فإنه يجلب معه كل ما بناه سابقًا (بعض الصور وخصائص المفهوم). إذا كانت عملية التراجع ناجحة، فقد يؤدي ذلك إلى تنمية المعرفة أو الوصول إلى طبقة جديدة لملاحظة خصائص لم تكن ملاحظة من قبل؛ مما يساعد في تعميق المعرفة، وهذا يتفق مع دراسة جورج (George, 2017)، التي أوضحت أن النموذج يفسر ويعزز عمق المعرفة أثناء تفكير التلميذ.

نتائج الفرضية الثانيه ومناقشتها:

تنص هذه الفرضية على أنه: " **توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي رتب أفراد المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي على مقياس الكفاءة الذاتية الرياضية** ".

للتحقق من صحة الفرضية، تم استخدام اختبار ويلكوكسون (Wilcoxon Test)، وتتضح النتائج بالجدول التالي:

جدول (11) نتائج اختبار نتائج اختبار ويلكوكسون لدلالة الفروق بين متوسطي رتب درجات أفراد المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي على مقياس الكفاءة الذاتية الرياضية

الأبعاد الفرعية	الرتبة	العدد	متوسط الرتب	مجموع الرتب	Z	القيمة الاحتمالية	القرار	حجم الأثر	دلالة حجم الأثر
الأكاديمي	السالبة	0	, 00	, 00	2,023	0, 043	دال إحصائياً	0,64	مرتفع
	الموجبة	5	3, 00	15, 00					
	المتعادلة	0							
الانفعالي	السالبة	0	, 00	, 00	2,023	0, 043	دال إحصائياً	0,64	مرتفع
	الموجبة	5	3, 00	15, 00					
	المتعادلة	0							
الاجتماعي	السالبة	0	, 00	, 00	2,023	0, 043	دال إحصائياً	0,64	مرتفع
	الموجبة	5	3, 00	15, 00					
	المتعادلة	0							
الدرجة الكلية	السالبة	0	, 00	, 00	2,023	0, 043	دال إحصائياً	0,64	مرتفع
	الموجبة	5	3, 00	15, 00					
	المتعادلة	0							

يتبين من خلال الجدول السابق أن قيمة (Z) دالة إحصائياً، حيث كانت القيم الاحتمالية أصغر من مستوى الدلالة (0.05) المعتمد في البحث، أي أنه **توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي رتب درجات أفراد المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي على مقياس الكفاءة الذاتية الرياضية، وهي لصالح التطبيق البعدي.**

ومن أجل تعرّف مقدار الكسب أو التعلم الحاصل لدى أفراد المجموعة التجريبية التي طُبِّق عليها نموذج بيري وكيرين، تم حساب حجم الأثر باستخدام برنامج (SPSS)، وقد بلغت قيمته (0, 64)، ويُلاحظ أن حجم الأثر

مرتفع؛ وهذا يؤكد فاعلية نموذج بيري وكيرين في تحسين الكفاءة الذاتية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية منخفضي التحصيل.

وتتفق هذه النتيجة مع عدد من الدراسات التي أكدت فاعلية نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي في تحقيق بعض الأهداف الوجدانية التي وُظِّفَتْ من أجلها في مادة الرياضات، مثل دراسة ياو و مانوشهر (Yao& Manouchehri, 2020)،

يمكن تفسير هذه النتائج من خلال عدة نقاط، ومنها:

- **تركيز نموذج بيري وكيرين على مساعدة منخفضي التحصيل:** النموذج يساعد التلاميذ منخفضي التحصيل من خلال استرجاع معلوماتهم واكتشاف الترابط بين المفاهيم من أجل التوصل إلى الفهم. وهذا يسهم في زيادة ثقة التلميذ بنفسه، مما يعزز كفاءته في الرياضيات.
- **الاعتماد التدريجي في التعلم:** تعتمد كل مرحلة من التعلم على تعلم المرحلة السابقة لها، مما يؤدي إلى حجم المعلومات والمعارف لدى التلاميذ منخفضي التحصيل بشكل تدريجي، مما يزيد من إنجاز التلميذ ويرفع الكفاءة الذاتية لديه.
- **البيئات العاطفية الداعمة:** والتي يوفرها نموذج بيري وكيرين تشجع التلاميذ على الانخراط في هذه العملية التعليمية بشكل أكثر فعالية مما يُحسن من دافعيته للتعلم، كما كان لأولياء الأمور دور داعم حيث تعاونوا مع الباحثة وفي حث أولادهم للحضور للتعلم.
- **دور المعلم في التدخل:** تدخلات المعلم التي تأخذ في الاعتبار مشاعر التلاميذ أن تسهل الفهم العميق والتنقل بين طبقات نموذج بيري وكيرين من خلال معالجة الحواجز العاطفية وتعزيز بيئة داعمة، يمكن للمعلمين مساعدة التلاميذ على تجاوز التحديات في رحلتهم التعليمية.
- **راحة التلميذ في الرجوع للمعلومات:** شعور التلميذ منخفض التحصيل بأنه يمكنه الرجوع للمعلومات السابقة وطرح الأسئلة بدون توتر وقلق يوفر له الراحة النفسية للتعلم، مما يعزز الكفاءة الذاتية.
- **تشجيع المشاركة الفعالة:** شجعت المهام والأنشطة المتنوعة في البرنامج التلاميذ على المشاركة بشكل إيجابي وفعال سواء بشكل فردي أو جماعي، كان لذلك أثر كبير على تطوير قدرتهم على توليد الأسئلة والأفكار، والبحث عن حلول، وإجراء المحادثات المناسبة حولها، مما يزيد من ثقتهم في إدارة المهام بشكل فعال ويعزز كفاءتهم الذاتية.
- **الدعم المستمر من المعلم:** التدخل المستمر من المعلم لمساعدة وتوجيه التلاميذ منخفضي التحصيل، يُشجعهم على طرح استفساراتهم ويشعرهم بالطمأنينه.

- **تعزيز القدرة على الفهم والتعبير:** يوفر النموذج بيئة تساعد التلاميذ على التعلم بوضوح وإدراك العلاقات، ويتيح لهم التعبير عن أفكارهم بطرق متعدده مثل الأداء اللفظي أو الرسم أو الصياغة، هذا يسهم في تعزيز الكفاءة الذاتية لديهم، حيث يشعرون بالقدرة على الفهم والتعبير بشكل أفضل، مما يزيد من ثقتهم بانفسهم وقدرتهم على تحقيق الانجازات الأكاديمية.
- **تعزيز الثقة بالنفس** :عندما يشعر التلاميذ بالدعم المستمر من معلميهم، يتعزز لديهم الشعور بالأمان والقدرة على التغلب على التحديات الأكاديمية، هذا بدوره يزيد من ثقتهم بأنفسهم ويعزز قدرتهم على الدراسة والتقدم الأكاديمي.
- **بيئة معرفية داعمة** :نموذج بيري وكيرين يوفر بيئة معرفية تساعد التلاميذ على التعلم بشكل واضح وفهم العلاقات، مما يتيح لهم التعبير عن أفكارهم بطرق متنوعة، ويعزز بالتالي من كفاءتهم الذاتية.

نتائج الفرضية الثالثة ومناقشتها:

تنص هذه الفرضية على أنه: "**يوجد فرق دال إحصائيًا بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في القياس البعدي لاختبار مستويات عمق المعرفة لصالح المجموعة التجريبية**"

للتحقق من صحة الفرضية تم استخدام اختبار مان وتني (Mann – Whitney)، وتتضح النتائج بالجدول التالي:

جدول (12) *نتائج اختبار مان وتني لدلالة الفروق بين متوسطي رتب درجات تلاميذ مجموعتي البحث (التجريبية والضابطة) على اختبار مستويات عمق المعرفة بعد تطبيق نموذج بيري وكيرين*

أبعاد المقياس	المجموعة	العدد	متوسط الرتب	مجموع الرتب	U	Z	القيمة الاحتمالية	القرار
الاستدعاء	الضابطة	6	3, 50	21, 00	0,00	2,75	0,006	دال إحصائياً
	التجريبية	5	9, 00	45, 00	0	7		
تطبيقالمفاهيم والمهارات	الضابطة	6	3, 50	21, 00	0,00	2,77	0,005	دال إحصائياً
	التجريبية	5	9, 00	45, 00	0	7		
التفكيرالاستراتيجي	الضابطة	6	3, 50	21, 00	0,00	2,78	0,005	دال إحصائياً
	التجريبية	5	9, 00	45, 00	0	3		
أبعاد المقياس	المجموعة	العدد	متوسط الرتب	مجموع الرتب	U	Z	القيمة الاحتمالية	القرار

التفكير الممتد	الضابطة	6	3, 50	21, 00	0,000	2,844	0,004	دال إحصائياً
	التجريبية	5	9, 00	45, 00				
الدرجة الكلية	الضابطة	6	3, 50	21, 00	0,000	2,764	0,006	دال إحصائياً
	التجريبية	5	9, 00	45, 00				

يتبين من خلال الجدول السابق أن قيمة (Z) دالة إحصائياً في جميع أبعاد المقياس والدرجة الكلية، حيث كانت القيمة الاحتمالية أصغر من مستوى الدلالة (0.05) المعتمد في البحث. وبالتالي، توجد فروق دالة إحصائياً بين متوسطي رتب درجات تلاميذ مجموعتي البحث (التجريبية والضابطة) على اختبار مستويات عمق المعرفة بعد تطبيق نموذج بيري وكيرين، وهي لصالح درجات تلاميذ المجموعة التجريبية ذوي المتوسط الحسابي الأكبر.

وتعزو الباحثة هذه النتيجة أن:

- أثناء حل الأنشطة، انتقل التلاميذ بين طبقات الفهم المختلفة (تكوين الصورة، وامتلاك الصورة، وملاحظة الممتلكات) حتى ترسخت المعلومات في الذاكرة، مما جعل تطبيق المفاهيم في مواضيع مختلفة أسهل. هذا الانتقال لم يكن متاحاً لتلاميذ المجموعة الضابطة الذين يتبعون نهجاً خطياً في التعلم.
- يحتاج التلميذ ذو التحصيل المنخفض حتمًا إلى المساعدة من المعلم أو الزملاء الآخرين، وهذا يرتبط بميزة "التدخلات" المتوفرة في نموذج بيري وكيرين، علاوة على ذلك، يتطلب استمرار التعلم استرجاع المعلومات السابقة بشكل مستمر، وهو ما تقدمه ميزة "الطي العكسي" للنموذج. ومع ذلك، لم يحصل تلاميذ المجموعة الضابطة على المساعدة الكافية، مما أثر على كمية المعلومات لديهم وبالتالي قلل من إنتاجيتهم.

نتائج الفرضية الرابعة ومناقشتها:

تنص هذه الفرضية على أنه: "**يوجد فرق دال إحصائيًا بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في القياس البعدي لمقياس الكفاءة الذاتية لصالح المجموعة التجريبية**"

للتحقق من صحة الفرضية تم استخدام اختبار مان وتني (Mann – Whitney)، وتتضح النتائج بالجدول التالي:

جدول (13) *نتائج اختبار مان وتني لدلالة الفروق بين متوسطي رتب درجات تلاميذ مجموعتي البحث (التجريبية والضابطة) على مقياس الكفاءة الذاتية بعد تطبيق نموذج بيري وكيرين*

أبعاد المقياس	المجموعة	العدد	متوسط الرتب	مجموع الرتب	U	Z	القيمة الاحتمالية	القرار
الأكاديمي	الضابطة	6	3, 50	21, 00	0,000	2,739	0,004	دال إحصائياً
	التجريبية	5	9, 00	45, 00				
الانفعالي	الضابطة	6	3, 50	21, 00	0,000	2,739	0,004	دال إحصائياً
	التجريبية	5	9, 00	45, 00				
الاجتماعي	الضابطة	6	3, 75	22 ,50	1,500	2,470	0,009	دال إحصائياً
	التجريبية	5	8 ,70	43 ,50				
الدرجة الكلية	الضابطة	6	3, 50	21, 00	0,000	2,745	0,004	دال إحصائياً
	التجريبية	5	9, 00	45, 00				

يتبين من خلال الجدول السابق أن قيمة (Z) دالة إحصائياًفي جميع أبعاد المقياس والدرجة الكلية، حيث كانت القيم الاحتمالية أصغر من مستوى الدلالة (0.05) المعتمد في البحث. وبالتالي، توجد فروق دالة إحصائياً بين متوسطي رتب درجات تلاميذ مجموعتي البحث (التجريبية والضابطة) على مقياس الكفاءة الذاتية الرياضية وأبعاده الفرعية بعد تطبيق نموذج بيري وكيرين، وهذه الفروق لصالح درجات تلاميذ المجموعة التجريبية ذوي المتوسط الحسابي الأكبر.

وتعزو الباحثة هذه النتيجة لعدة أسباب ومنها:

- قلة الدعم والمساعدة في المجموعة الضابطة يمكن أن يجعل التلاميذ منخفضي التحصيل يشعرون بأنهم غير قادرين على تحقيق النجاح الأكاديمي، هذا الشعور بالقصور قد يؤدي إلى تراجع كبير في ثقتهم بقدراتهم الذاتية، وهذا يختلف عما يحدث مع المجموعة التجريبية.
- بما أن التلاميذ ذوي التحصيل المنخفض يحتاجون إلى التعلم التدريجي والممارسة المستمرة لضمان فهمهم للمفاهيم، فإن نموذج بيري وكيرين يوفر دعماً مستمراً من خلال تكرار الأنشطة التعليمية وترسيخ الفهم. في حالة المجموعة الضابطة، قد يكون الدعم أقل تخصيصاً، مما يحد من فرصهم لتكرار وتطبيق المفاهيم بنفس العمق، هذا النقص في الدعم قد يزيد من إحباطهم ويقلل من حماسهم للتعلم.

- تعتمد مراحل التعلم في نموذج بيري وكيرين على تراكم وتدرج المعلومات، مما يُساعد المجموعة التجريبية في تحقيق ذلك. في المقابل، يواجه تلاميذ المجموعة الضابطة صعوبة في متابعة الموضوعات المقدمة لأنهم لم يتمكنوا من بناء أساس متين في وقت مبكر، هذا التراكم من الصعوبات الأكاديمية قد يؤدي إلى إضعاف معنوياتهم وعزيمتهم، مما يعيق تقدمهم.
- يوفر نموذج بيري وكيرين بيئة تعليمية تركز على الفهم العميق للمفاهيم والقدرة على الربط بينها. في المقابل، قلة توفر مثل هذه البيئة في المجموعة الضابطة، جعل التلاميذ منخفضي التحصيل يواجهون صعوبة في تحقيق فهم كامل ومتعمق للدروس، مما أحبطهم وأضعف ثقتهم في قدرتهم على حل المشكلات الرياضية.

توصيات البحث

في ضوء نتائج البحث، توصي الباحثة بمايلي:

1. **تشجيع استخدام نماذج تعليمية فعّالة:** العمل على تشجيع معلمي الرياضيات على استخدام نماذج وتقنيات تعليمية مثل نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي، والتي تسهم في زيادة الوعي بالعمليات المعرفية الرياضية لدى التلاميذ وتنمي ثقتهم بنفسهم.
2. **رفع مستوى الكفاءة الذاتية الرياضية:** ضرورة رفع مستوى الكفاءة الذاتية الرياضية لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي وخاصة ضعيفي التحصيل منهم، من خلال حث القائمين بالعملية التعليمية على ذلك، وبشكل أكثر تحديداً معلمي الرياضيات، نظراً لأن الكفاءة الذاتية تعتبر محركاً لدوافع الفرد ورغباته في التعلم بشكل خاص.
3. **تدريب المعلمين على استخدام النماذج التعليمية:** إقامة دورات تدريبية لتدريب المعلمين على استخدام نماذج تعليمية مثل نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي، لأهميته في مساعدة التلاميذ على فهم الرياضيات بدقة.
4. **تطوير مقررات الرياضيات:** من خلال تنظيمها في ضوء مراحل نمو الفهم الرياضي وفقاً لنموذج بيري وكيرين.
5. **تهيئة بيئة تعليمية محفزة:** تحفز التلاميذ على شرح وتفسير تفكيرهم، مما يسهم في تسهيل نمو فهمهم الرياضي وتعميق المستوى المعرفي لديهم.

مقترحات البحث :

انطلاقاً من نتائج البحث وتوصياته، تقترح الباحثة بعض الأعمال البحثية التي يمكن للباحثين في هذا المجال العمل عليها:

1. القيام بدراسات تأخذ في الاعتبار متغيرات الدراسة الحالية وتقارن بنتائجها، بالإضافة إلى ربطها بعوامل ومتغيرات ديموغرافية مثل الجنس، العمر، وسنوات الخبرة، والتحصيل الدراسي.
2. دراسة أثر التعليم القائم على المشكلات في تنمية مستويات عمق المعرفة في الرياضيات لدى المراحل الدراسية المختلفة.
3. تصميم برنامج قائم على التعليم التكاملي ونموذج بيري وكيرين لتنمية التفكير الرياضي.
4. إجراء بحوث مماثلة للبحث الحالي، ولكن في مواد دراسية أخرى ومقارنة نتائجها مع الدراسة الحالية.
5. تحليل فهم التلاميذ الرياضي لموضوعات رياضية مختلفة باستخدام نموذج بيري وكيرين في وحدات دراسية متنوعة.

المراجع العربية والأجنبية

أولاً: المراجع العربية

- ابتسام على احمد. (2020). فاعلية تنظيم محتوى وحدة العلوم في العلوم وفق نموذج VARK في تنمية مستويات عمق المعرفة (DOK) والتصور الخيالي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية ذوي أنماط التعلم المختلفة. المجلة التربوية، جامعة سوهاج، (74)74، 1222-1276.
- إبراهيم التونسي السيد.(2019). فاعلية استراتيجية شكل البيت الدائري في تدريس الرياضيات تنمية مهارات التفكير المتشعب والكفاءة الذاتية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. مجلة تربويات الرياضيات، 22(10)،172-249.
- إبراهيم أحمد إبراهيم، هبه درويش أحمد. (2015). الكفاءة الذاتية المدركة وعلاقتها بالتخطيط الاستراتيجي الشخصي والقدرة على اتخاذ القرار لدي طالبات الجامعة. مجلة بحوث التربية النوعية، جامعة المنصورة، (37)، 68-101.
- أرزاق محمد عطية، ومتولي، شيماء بهيج محمود. (2021). توظيف مراسي التعلم الإلكتروني في تدريس مقرر تقييم تربوي لتنمية مستويات عمق المعرفة وجدارات التقويم وتوكيد الذات المهنية للطالب المعلم بكلية الاقتصاد المنزلي. المجلة التربوية، 82، 313 – 406.
- إسراء خالد محمد. (2022). الكفاءة الذاتية المدركة وعلاقتها بالطفو الأكاديمي لدى التلاميذ ذوي صعوبات التعلم بالمرحلة الإعدادية. مجلة كلية التربية ببنها، 2(131)، 677-732.
- أمل محمد مختار الحنفي. (2022). فاعلية بيئة تعلم تكيفية في تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضية ومهارات التعلم الذاتي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. *مجلة تربويات الرياضيات، 25*(4)، 32-109.
- إيمان سمير حمدي. (2020). فاعلية برنامج مقترح قائم على معايير الرياضيات للجيل القادم من NYS لتنمية التحصيل واستخدام الممارسات الرياضية والكفاءة الذاتية في تدريس الرياضيات لدى الطلبة المعلمة. الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، 23(7)، 159-219.
- إيهاب السيد شحاته محمد. (2019). وحدة مقترحة في الرياضيات قائمة على المنطق الفازي"Fuzzy" لتنمية مستويات عمق المعرفة ومهارات اتخاذ القرار لدى تلاميذ المرحلة الجامعية. *مجلة تربويات الرياضيات، 22*(11)، 6-48.

- باسم صبري محمد. (2019). تأثير التعلم الخبراتي في الجغرافيا على تنمية عمق المعرفة الجغرافية والدافعية العقلية لدى تلاميذ المرحلة الثانوية. مجلة كلية التربية، جامعة أسيوط، 35(5)، 189-233.
- بثينه محمد بدر. (2011) فعالية استراتيجية تدريسية مقترحة في ضوء نظرية الذكاءات المتعددة في تنمية مهارات البرهان الهندسي ورفع كفاءة الذات المدركة وخفض مستوى القلق من الرياضيات لدى التلميذات ذوات صعوبات تعلم الرياضيات بالمرحلة المتوسطة. مجلة تربويات رياضيات، 14، 17-58.
- حنان عبد الله أحمد. (2018). أثر استراتيجية قائمة على مدخل التفكير التصميمي في تدريس الرياضيات على الكفاءة الذاتية لدى طالبات المرحلة الثانوية بمدينة مكة المكرمة. دراسات عربية في التربية وعلم النفس، (100)، 223-240.
- جيهان تعيب سالم (2016). التحصيل الدراسي وعلاقته بمعتقدات الكفاءة الذاتية المدركة ومهارة حل المشكلات لدى الطلبة العاديين والطلبة المدرجين في برنامج صعوبات التعلم في الحلقة الثانية من التعليم الأساسي بسلطنة عمان[رسالة ماجستير غير منشورة] . جامعة السلطان قابوس.
- خلف الله حلمى فاوى محمد. (2022). فاعلية التعلم الخبراتي في تدريس الرياضيات لتنمية عمق المعرفة الرياضية وتحسين اليقظة العقلية لدى تلاميذ المرحلة الإبتدائية. *مجلة تربويات الرياضيات، 24*(4)، 196-232.
- دعاء عوض، ونرمين عوني. (2013). الكفاءة الذاتية المدركة وعلاقتها بالمسؤولية الاجتماعية. مجلة دراسات عربية في التربية وعلم النفس، 12(2)، 191-232.
- رجاء لطفي احمد. (2014). مراحل نمو الفهم الهندسي في موضوع المثلثات باستخدام الجيوجبرا لدى تلاميذ الصف الثامن الأساسي (دراسة نوعية) [رسالة ماجستير]. جامعة النجاح الوطنية.
- رشا صبحي محمد، محمد حسين على. (2022). فاعلية التدريس باستخدام تراكيب كاجان في تنمية مهارات الاستقبال اللغوي والتفكير التأملي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية منخفضي التحصيل. مجلة كلية التربية، جامعة بني سويف، 19(2)، 320- 386.
- رضا مسعد السعيد. (2021). تطوير تدريس الرياضيات في المرحلة الإعدادية في ضوء نتائج الدراسة الدولية لتوجهات تعليم الرياضيات تيمز 2019. مجلة تربويات الرياضيات، 24(4)، 9-40.

- سالي طالب علوان. (2013). الكفاءة الذاتية المدركة عند طلبة جامعة بغداد. مجلة البحوث التربوية والنفسية، (22)، 224-248.
- سحر ماهر خميس، وإكرامي محمد مرسال. (2022). مستويات عمق المعرفة الرياضياتية في بيئات تعلم الرياضيات: دراسة تحليلية مقارنة. الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، 25(4)، 197-267.
- سعود سعيد دغيم (2015). الكفاءة الذاتية المدركة وعلاقتها بالطموح لدي فائقي ومتوسطي التحصيل وذوي صعوبات التعلم من تلاميذ المرحلة الثانوية في الكويت[رسالة ماجستير] ، جامعة الخليج العربي، البحرين.
- سماح احمد حسين. (2022). استخدام التعليم القائم على الظواهر في تدريس العلوم لتنمية مستويات عمق المعرفة العلمية والممارسات العلمية والهندسية لتلاميذ المرحلة الابتدائية. المجلة العلمية جامعة أسيوط، 38(9)، 1-50.
- شروق عاطف عبد الفتاح. (2023). الكفاءة الذاتية المدركة وعلاقتها بالتوافق الأكاديمي لدي المتفوقين دراسياً من تلاميذ الجامعة. دراسات تربوية ونفسية (مجلة كلية التربية بالزقازيق)، 38(123)، 75- 139.
- عصام محمد سيد. (2022). برنامج مُعد وفق المعلوماتية الكيميائية لتنمية عمق المعرفة الكيميائية والمهارات المعلوماتية لدى تلاميذ المعلمين بكلية التربية. المجلة العلمية بجامعة أسيوط، 38(5)، 207-247.
- عبد الرحمن بن يوسف شاهين. (2019). مدى توفر مستويات العمق المعرفي في كتب الأحياء للمرحلة الثانوية- نظام المقررات- في المملكة العربية السعودية" دراسة تحليله". المجلة العلمية بجامعة أسيوط، 35(10)، 733- 771.
- عبد الناصر أحمد العزام، ومصعب حسين طلافحة. (2013). مستوي التفكير ما وراء المعرفي وعلاقته بالكفاءة الذاتية المدركة لدى عينة من طلبة المرحلة الأساسية العليا في ضوء بعض المتغيرات. مجلة العلوم التربوية والنفسية، 14(4)، 577-612.
- علي محمد غريب عبد الله. (2022). استخدام تطبيقات جوجل التفاعلية في تدريس الرياضيات لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضية والتنور التكنولوجي لدى تلاميذ الصف الأول الثانوي. مجلة تربويات الرياضيات، 25(1). 275 -209.
- كرامي محمد بدوي. (2021). فاعلية وحدة مطورة من مقرر الجغرافيا في ضوء نموذج نيدهام البنائي لتنمية عمق المعرفة الجغرافية وقيم التنوع الثقافي لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي. مجلة العلوم التربوية، جامعة الإمام محمد بن سعود، (26)، 15-90.

- ماجد فرحان عبد الرحمن. (2011). الشعور بالكفاءة الذاتية وعلاقتها بالتحصيل الدراسي لدي ذوي صعوبات التعلم الأكاديمية من تلاميذ المرحلة الابتدائية بالمملكة العربية السعودية[رسالة ماجستير]. كلية الدراسات العليا، جامعة الخليج العربي.
- مُسعد محمد إبراهيم. (2020). فعالية استخدام نموذج بيري وكيرين (Pirie and Kieren) للفهم الرياضي في تنمية التفكير الجبري لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، مجلة كلية التربية، جامعة المنصورة (110)، 559-587.
- محمد أحمد الخطيب. (2017). أثر استخدام نموذج بيري وكيرين (Pirie and Kieren) للفهم الرياضي في الاستدلال المنطقي وخفض العبء المعرفي لدي تلاميذ الصف السابع الأساسي في الأردن. مجلة جامعة طيبة للعلوم التربوية، 12(2)، 313-328.
- محمد حسن عبد الشافي. (2020). استخدام التعلم التوليدي لتنمية عمق المعرفة الرياضياتية والثقة بالقدرة على تعلم الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، مجلة تربويات الرياضيات، 23(3)، 130-176.
- محمد ناصر الشيدي. (2022). أنموذج مقترح قائم على التعليم المتمايز لتدريس العلوم وأثاره على عمق المعرفة والحل الإبداعي للمشكلات لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي. مجلة العلوم التربوية، 8(1)، 415-448.
- مريم عبد العظيم عبد الرحيم. (2022). برنامج قائم على التلمذة المعرفية في تدريس الرياضيات لتنمية الفهم العميق والكفاءة الذاتية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. مجلة تربويات الرياضيات، 25(7)، 164-228.
- مريم موسى عبد الملاك. (2019). استخدام استراتيجية الرياضيات الواقعية لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضية وتحسين الرغبة في تعلم الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. مجلة جامعة الفيوم للعلوم التربوية والنفسية، 14(3)، 445-501.
- ناصر السيد عبد الحميد. (2018). فاعلية برنامج قائم على جداول التقدير التعليمية والانفوجرافيك وبنك المعرفة المصري في تنمية التنور الرياضي ورفع الكفاءة الذاتية الأكاديمية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. مجلة كلية التربية، جامعة المنوفية، 1(4)، 291-340.

- هشام رمضان عمر، وأحمد غانم أحمد. (2021). فاعلية استخدام نظرية العبء المعرفي في تنمية مستويات العمق المعرفي وخفض الضغوط النفسية لدى تلاميذ شعبة اللغة الفرنسية منخفضي التحصيل. مجلة كلية التربية بجامعة الأزهر، 3(191)، 181-231.
- يسري طه دنيور.(2005). آثر استخدام خرائط المفاهيم في التحصيل والاتجاه نحو مادة العلوم لدي تلاميذ الصف الثاني الإعدادي ذوي صعوبات التعلم. *مجلة التربية العلمية، 8*(1)، 51-89.

ثانياً: المراجع الأجنبية

- Abd Algani, Y., & Eshan, J. (2019). Reasons And Suggested Solutions for Low-Level Academic Achievement in Mathematics. International E-Journal of Educational Studies, 3(6), 181-190.
- Akarsu, M. (2022). How The Van Hiele Theory And The Pirie-Kieren Theory Can Be Used To Assess Pt's Understanding Of Concept Of Reflection?. Ekev Akademi Dergisi, (90), 363-376.
- Al Khatib, S. (2012). Exploring the relationship among loneliness, self-esteem, self-efficacy and gender in United Arab Emirates college students. Europe's Journal of Psychology, 8(1), 159-181.
- Amir, M., Ariyanti, N., Anwar, N., Valentino, E., & Afifah, D. (2020). Augmented reality mobile learning system: Study to improve PSTs' understanding of mathematical development. Short Paper, 14(9). 239-246.
- Baer, E. (2016). Leading for educational equity in a context of accountability: Instructional technology methods and depth of knowledge [unpublished Doctoral dissertation]. Southern Illinois University at Edwardsville.
- Bandura, A. (2000). Cultivate self-efficacy for personal and organizational effectiveness. In E. Locke (Ed.), Handbook of principles of organizational behavior: 120-136. Oxford, UK: Blackwell.
- Bandura, A. (2007). Much Ado Over a Faulty Conception of Perceived Self–Efficacy Grounded in Faulty Experimentation. Journal of Social and Clinical Psychology, 26(6), 641–658.
- Bandura, A. (2012). On the Functional Properties of Perceived Self-Efficacy Revisited. Journal of Management, 38(1), 9–44.
- Bandura, A. (Ed.). (2017). Psychological modeling: Conflicting theories. Transaction Publishers.

- Bennet, D., & Bennet, A. (2008). The depth of knowledge: Surface, shallow or deep?. Journal of Information and Knowledge Management Systems, 38(4), 405-420.
- Borgen, K. (2006). From mathematics learner to mathematics teacher: Preservice teachers' growth of understanding of teaching and learning mathematics [Doctoral dissertation]. University of British Columbia.
- Boyles, N. (2016). Pursuing the Depths of Knowledge. Educational Leadership, 74(2), 46-50.
- Codes, M., González Astudillo, M., Delgado Martín, M., & Monterrubio Pérez, M. (2013). Growth in the understanding of infinite numerical series: A glance through the Pirie and Kieren theory. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 44(5), 652-662.
- Czarnocha, B., & Baker, W. (2018). Assessment of the depth of knowledge acquired during the Aha! Moment insight. Journal of Mathematics Education, 11(3), 90-104.
- Droujkova, M., Berenson, S., Slaten, K., & Tombes, S. (2005). A conceptual framework for studying teacher preparation: The Pirie-Kieren Model, collective understanding, and metaphor. In H. Chick & J. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 289-296). Melbourne, Australia: PME.
- Duzenli-Gokalp, N., & Sharma, M. (2010). A study on addition and subtraction of fractions: The use of Pirie and Kieren model and hands-on activities. Procedia-Social and Behavioral Sciences, 2(2), 5168-5171.
- Eustace, J., Bradford, M., & Pathak, P. (2015). A practice testing learning framework to enhance transfer in mathematics [poster presentation]. In The 14th Information Technology & Telecommunications Conference, National College of Ireland.
- George, L. (2017). Children's learning of the partitive quotient fraction sub-construct and the elaboration of the don't need boundary feature of the Pirie-Kieren theory [Doctoral dissertation] University of Southampton.
- Gonzales, G. (2022). Mapping Pupil's Learning Progression Using Hand Manipulatives and Touch Screen Applications: Implications to Post-COVID-19 New Normal. Education Research International, 2022(1), 1-10.

- Gulkilik, H., Moyer-Packenham, P., Ugurlu, H. H., & Yuruk, N. (2020). Characterizing the growth of one student's mathematical understanding in a multi-representational learning environment. The Journal of Mathematical Behavior, 58, 1-17.
- Gülkilika, H., Ugurlu, H., & Yürük, N. (2015). Examining Students' Mathematical Understanding of Geometric Transformations Using the Pirie-Kieren Model. Educational Sciences: Theory and Practice, 15(6), 1531-1548.
- Habibi, M., Tahmasian, K., & Ferrer-Wreder, L. (2014). Self-efficacy in Persian adolescents: Psychometric properties of a Persian version of the Self-Efficacy Questionnaire for Children (SEQ-C). International Perspectives in Psychology, 3(2), 93-105.
- Habibie, R., & Turmudi, T. (2021). Assessment For Learning dalam Model Pemahaman & Kieren. Journal Cakrawala Pendas, 7(1), 18-26.
- Haciomeroglu, G. (2019). The relationship between elementary students' achievement emotions and sources of mathematics self-efficacy. International Journal of Research in Education and Science (IJRES), 5(2), 548-559.
- Hackett, G., & Betz, N. (1989). An exploration of the mathematics self-efficacy/mathematics performance correspondence. Journal for Research in Mathematics Education, 20(3), 261-273.
- petit &Hess.(2006). Applying webb's depth of knowledge (Dok) and NAEP level of complexity in mathematic. Retrived in june, 2022 from www.ncies.org.
-
- Hess, K., Jones, B., Carlock, D., & Walkup, J. R. (2009). Cognitive rigor: Blending the strengths of Bloom's taxonomy and Webb's depth of knowledge to enhance classroom-level processes. ERIC Document (Online Database).
- Hess,K.(2010). Applying webb's depth of knowledge (Dok) in science. National Center for Assessment, Dover, NH. Cited khess@nciea.org
- Holmes, S. (2011). Teacher preparedness for teaching and assessing depth of knowledge[Goctoral Diessertaion]. The University of Southern Mississippi.
- Hughes, E., & Riccomini, P. (2011). Mathematics Motivation and Self-Efficiacy of Middle School Students. Focus on Middle School, 24(1), 1-6.
- Jannah, U., Amiruddin, M., & Nurhidayati, S. (2022). Profile of the Concept Understanding of Two-Dimensional Figure Based on Pirie Kieren's Theory

Reviewed from Learning Motivation in Elementary School. Journal Pendidikan MIPA, 23(3), 1135-1148.

- Ke, F., & Xie, K. (2009). Toward deep learning for adult students in online courses. The Internet and Higher Education, 12(3-4), 136-145.
- Kim, I. (2020). Evidence-based practices for developing in-depth content knowledge of physical education teachers. International Journal of Kinesiology in Higher Education, 5(4), 146-159.
- Koyuncu, I., Guzeller, C., & Akyuz, D. (2016). The development of a self-efficacy scale for mathematical modeling competencies. International Journal of Assessment Tools in Education, 4(1), 19-36.
- Luttenberger, S., Wimmer, S., & Paechter, M. (2018). Spotlight on math anxiety. Psychology Research and Behavior Management, (11), 311–322.
- Mardiana, S., Susiswo, & Hidayanto, E. (2017). Students' growth of mathematical understanding in solving derivative problem. IOSR Journal of Research and Method in Education, 7(3), 36-41.
- Malatjie, F., & Machaba, F. (2019). Exploring mathematics learners' conceptual understanding of coordinates and transformation geometry through concept mapping. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 15(12), em1818.
- Mukuka, A., Mutarutinya, V., & Balimuttajjo, S. (2021). Mediating Effect of Self-Efficacy on the Relationship between Instruction and Students' Mathematical Reasoning. Journal on Mathematics Education, 12(1), 73-92.
- Negara,P., Nurlaelah, E., Herman, T., & Tamur, M. (2021, May). Mathematics self-efficacy and mathematics performance in online learning. Journal of Physics, 1882(1), 1-5.
- NCTM. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.
- Ngman-Wara, E., & Edem, D. (2016). Pre-service basic Science teachers' self-efficacy beliefs and attitudes towards science teaching. International Journal for Innovation Education and Research, 4(8), 20-41.

- Nopa, J., Suryadi, D., & Hasanah, A. (2019). The 9th grade students' mathematical understanding in problem solving based on Pirie-Kieren theory. Journal of Physics, 1157(4), 1-6.
- Pampaka, M., Kleanthous, I., Hutcheson, G. D., & Wake, G. (2011). Measuring mathematics self-efficacy as a learning outcome. Research in Mathematics Education, 13(2), 169–190.
- Peñaloza, J., & Vásquez, F. (2022). Understanding ratio through the Pirie-Kieren model. Acta Scientiae, 24(4), 24-56.
- Pirie, S., & Kieren, T. (1994). Growth in mathematical understanding: How can we characterise it and how can we represent it?. Educational Studies in Mathematics, 26(2-3), 165–190.
- Putri, R., & Susiswo, S. (2020, April). Analysis of layer of primitive knowing of high school students in linear function material: A study of application of student activity sheets based on Pirie Kieren theory[poster presentation]. In AIP Conference Proceedings (Vol. 2215, No. 1). AIP Publishing.
- Reyes, L. (1984). Affective Variables and Mathematics Education. The Elementary School Journal, 84(5), 558–581.
- Sengul, S., & Argat, A. (2015). The analysis of understanding factorial concept processes of 7th grade students who have low academic achievements with Pirie Kieren theory. Procedia-Social and Behavioral Sciences, 197, 1263-1270.
- Stevens, T., Harris, G., Aguirre-Munoz, Z., & Cobbs, L. (2009). A case study approach to increasing teachers' mathematics knowledge for teaching and strategies for building students' maths self-efficacy. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 40(7), 903–914.
- Surour, N. (2022). Classroom Methods for Enhancing Equivalence Retrieval for Translators. British Journal of Translation, Linguistics and Literature, 2(4), 23-31.
- Towers, J., & Martin, L. C. (2014). Building mathematical understanding through collective property noticing. Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 14(1), 58-75.
- Towers, J. (1998). Teachers' interventions and the growth of students' mathematical understanding [Doctoral dissertation]. University of British Columbia.

- Ural, A., Aumay, A., & Argun, Z. (2008). The effect of student teams achievement-based technique on academic achievement in mathematics. Journal of the Faculty of Education, 35(45), 307-318.
- Viator, C. (2010). A Critical Analysis of The Implementation of Depth of Knowledge and Preliminary Findings Regarding Its Effectiveness In Language Arts Achievement [Unpublished doctoral dissertation]. The University of Southern Mississippi.
- Vukman, K., Lorger, T., & Schmidt, M. (2018). Perceived self-efficacy and social anxiety changes in high school students with learning disabilities (LD) during first year of secondary vocational education. European Journal of Special Needs Education, 33(4), 584-594.
- Webb, N. (2002). Depth-of-knowledge levels for four content areas. Language Arts. Retrived in 28(March), from chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://ossucurr.pbworks.com/w/file/fetch/49691156/Norm%20web%20dok%20by%20subject%20area.
- Webb, N. (2006). Alignment analysis of mathematics goals and assessments: North Dakota, Grades 3 – 8 and 11. Retrieved in 19(April), from http://www.dpi.state.nd.us/testing/assess/align/math.pdf
- Webb, N. (2007). Issues related to judging the alignment of curriculum standards and assessments. Applied Measurement in Education, 20(1), 7-25.
- Webb, N. (2009). Webb's depth of knowledge guide: Career and technical education definitions. Retrieved in 29(March), from http://www.aps.edu/re/documents/resources/Webbs_DOK_Guide.pdf.
- Webb, N., Herman, J., & Webb, L. (2007). Alignment of mathematics state-level standards and assessments: The role of reviewer agreement. Educational Measurement: Issues and Practice, 26(2), 17-29.
- Williams, T., & Williams, K. (2010). Self-efficacy and performance in mathematics: Reciprocal determinism in 33 nations. Journal of Educational Psychology, 102(2), 453–466.
- Wyse, A., & Viger, S. (2011). How item writers understand depth of knowledge. Educational Assessment, 16(4), 185-206.

- Yao, X., & Manouchehri, A. (2020). Teacher interventions for advancing students' mathematical understanding. Education Sciences, 10(6), 1-21.
- Yuqian, W. (2015). Understanding linear function in secondary school students: A comparative study between England and Shanghai [Doctoral dissertation]. Durham University.
- Zhang, D., & Yang, X. (2016). Chinese L2 learners' depth of vocabulary knowledge and its role in reading comprehension. Foreign Language Annals, 49(4), 699-715.
- Zientek, L., & Thompson, B. (2010). Using commonality analysis to quantify contributions that self-efficacy and motivational factors make in mathematics performance. Research in the Schools, 17(1), 1-11.
-